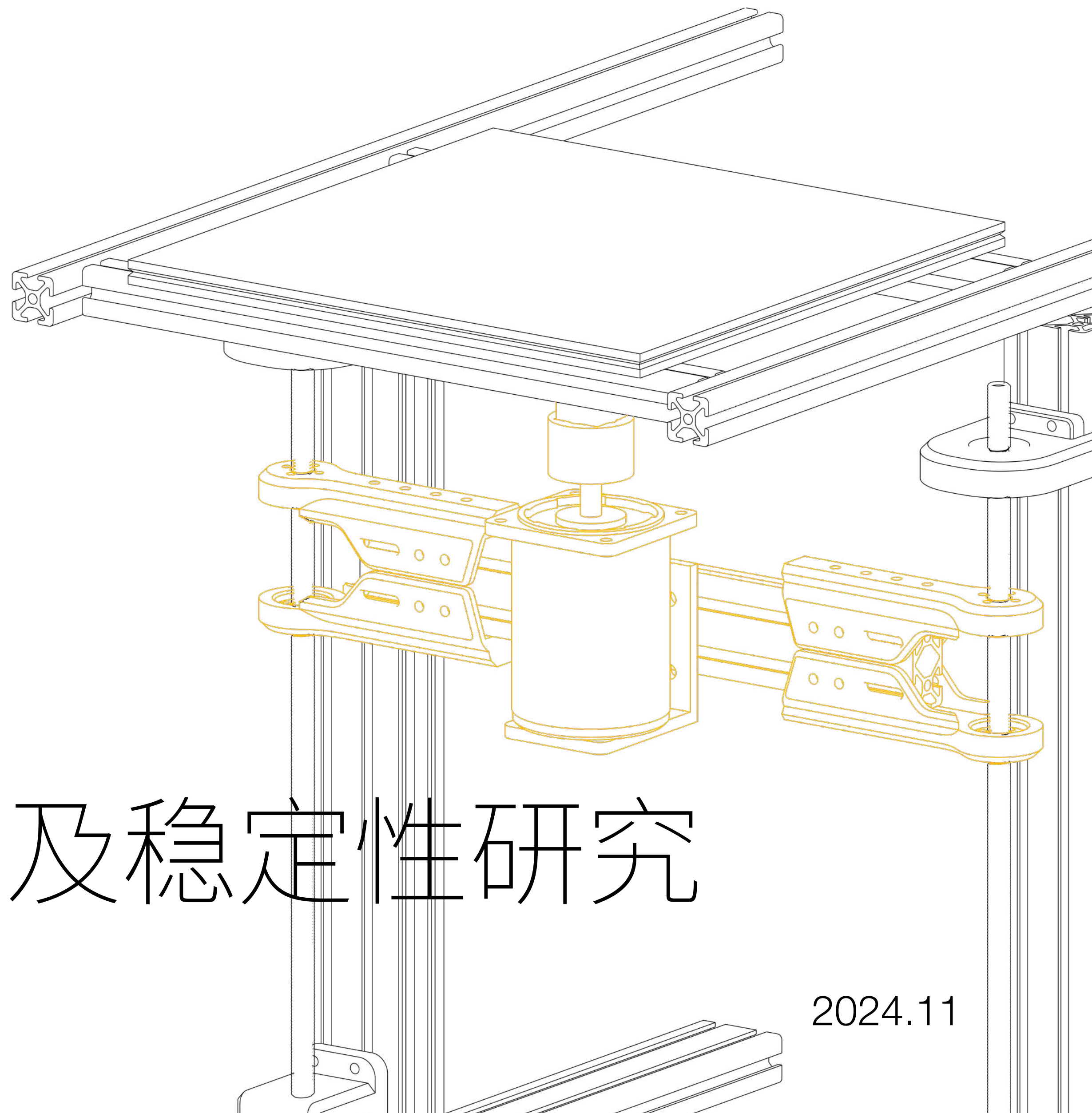


Dynamics and Stability of
Nontrivial Inter-Magnetic Levitation

非传统磁悬浮 动力学及稳定性研究

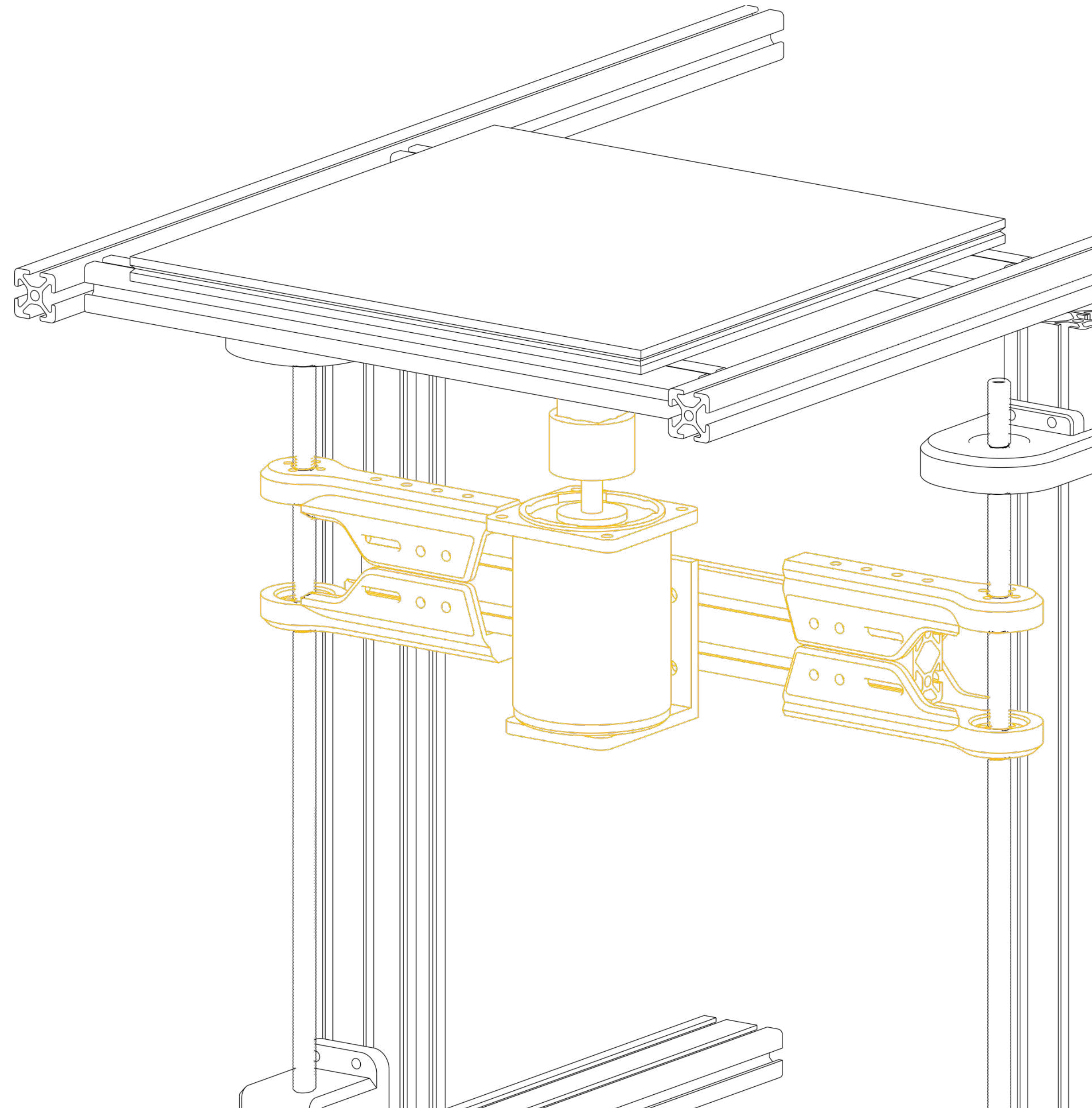
陈劲羽 范明君 季涌泉

2024.11



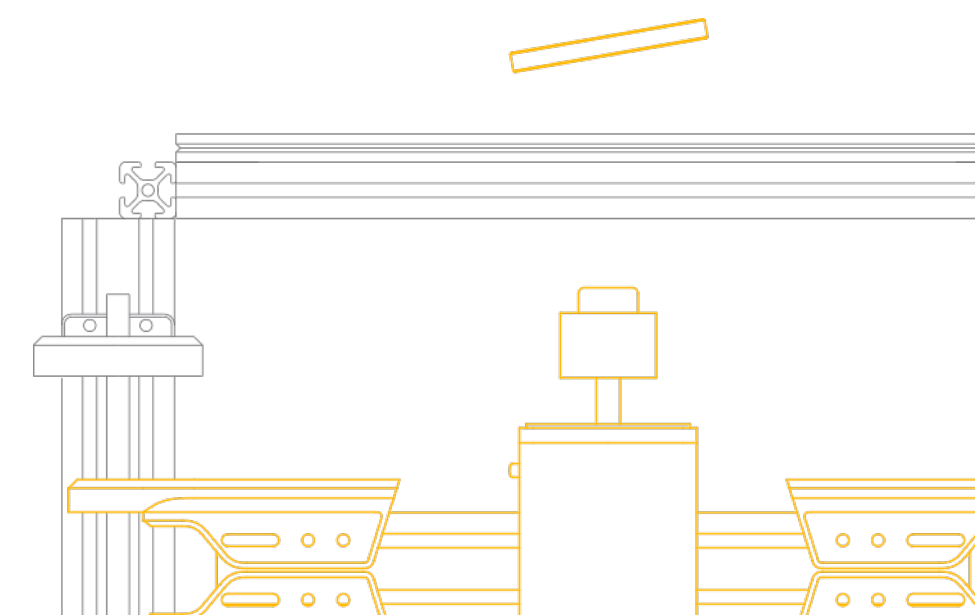
目录

1. 动机和启发
2. 现象观察和问题提出
3. 理论建模和分析
4. 二期实验设计和分析
5. 结论和展望



动机和启发

Part 1



动机和启发

Part 1

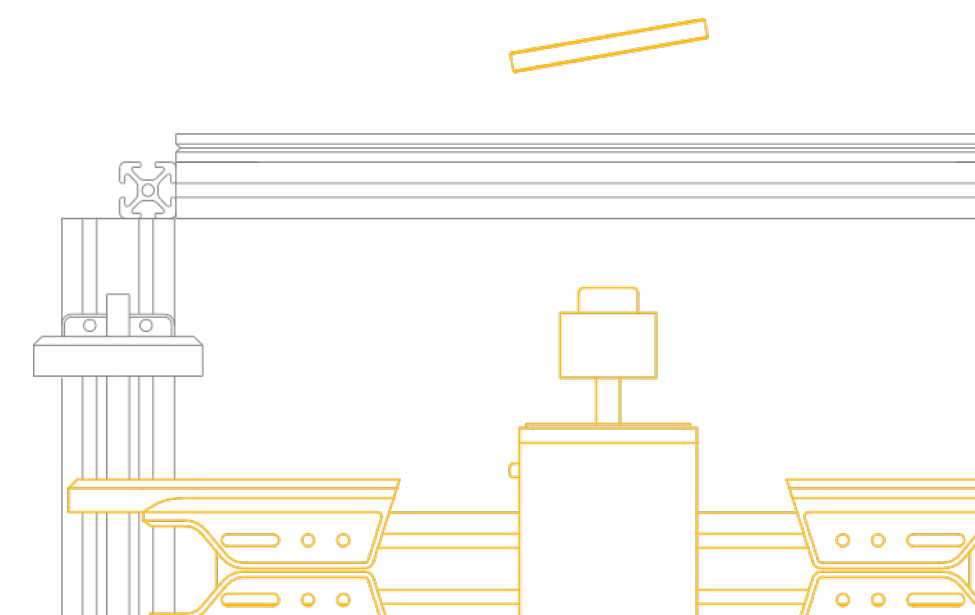
源于2024年IYPT课题——另一个磁悬浮

将一个**大的圆盘形磁铁**放在一个**非磁性导电板**上。

当一个较小的磁铁在**板下移动**时，上面的磁铁在**某些条件下**可能会悬浮。

探究上面磁铁的悬浮和可能运动状态。

课题的开放性激发了我们的研究兴趣



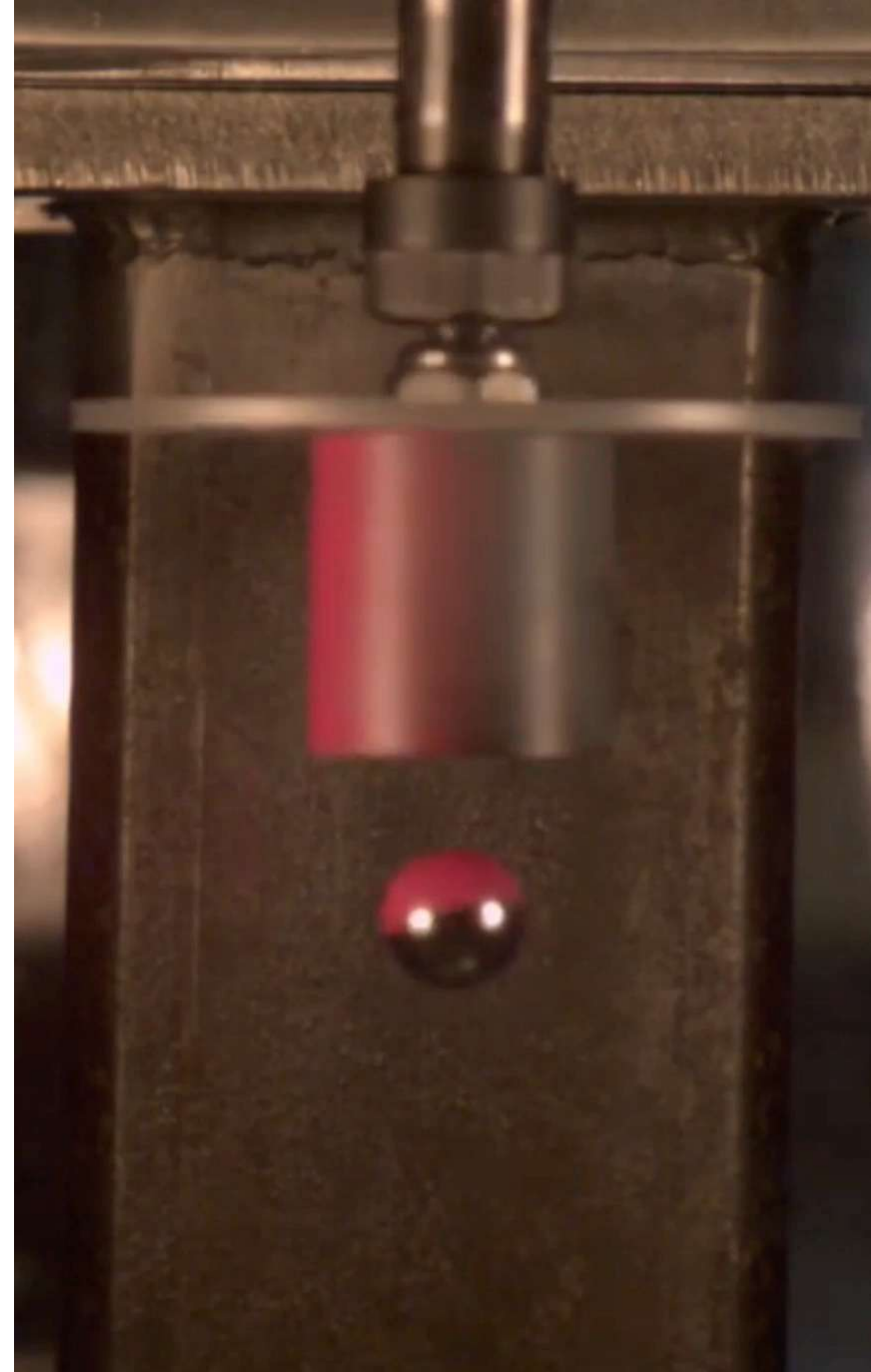
动机和启发

受启发于前人的研究

近期研究发现磁铁间的相对转动可导致悬浮^{[1][2]}

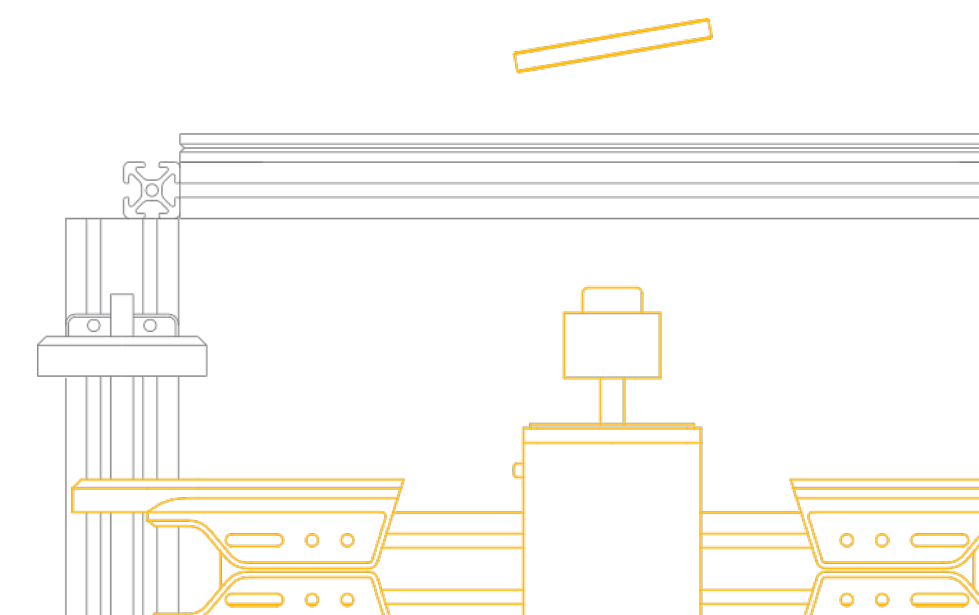
[1] HERMANSEN J M, DURHUUS F L, FRANDBSEN C, et al. Magnetic levitation by rotation[J]. Physical Review Applied, 2023, 20(4):044036.

[2] UCARH. Polarity free magnetic repulsion and magnetic bound state[J]. Symmetry, 2021, 13(3):442.



非传统磁悬浮的实现方式是通过磁铁旋转和陀螺效应实现的磁悬浮^[1]

[1] HERMANSEN J M, DURHUUS F L, FRANDBSEN C, et al. Magnetic levitation by rotation[J]. Physical Review Applied, 2023, 20(4):044036.



动机和启发

Part 1

研究目的——非传统磁悬浮解决了什么问题？

传统磁悬浮的局限

磁悬浮列车、磁悬浮轴承

- 需要轨道限制磁体运动
- 需要大功率制造强磁场
- 建设成本高，维护性差

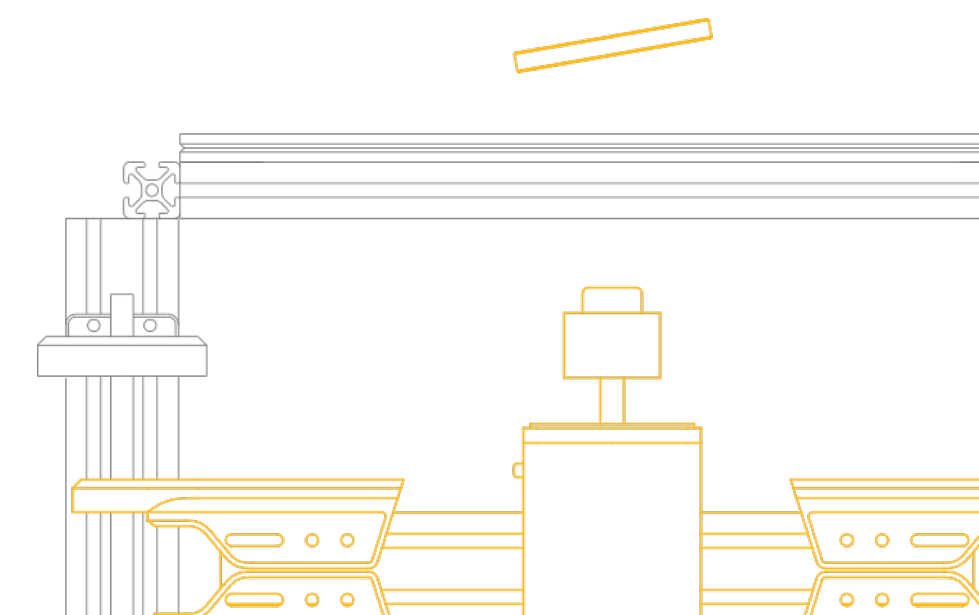
解决



非传统磁悬浮的特点和优势

由转动和陀螺效应引发的磁悬浮

- 无需轨道限制即可稳定悬浮
- 无需电磁铁，依靠永磁体悬浮
- 成本较低，易于维护

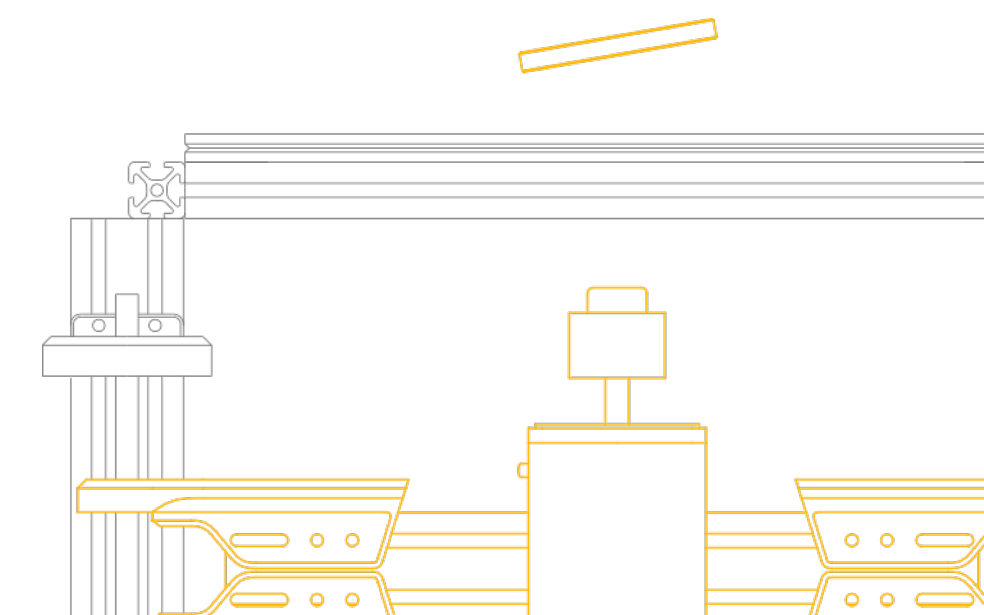
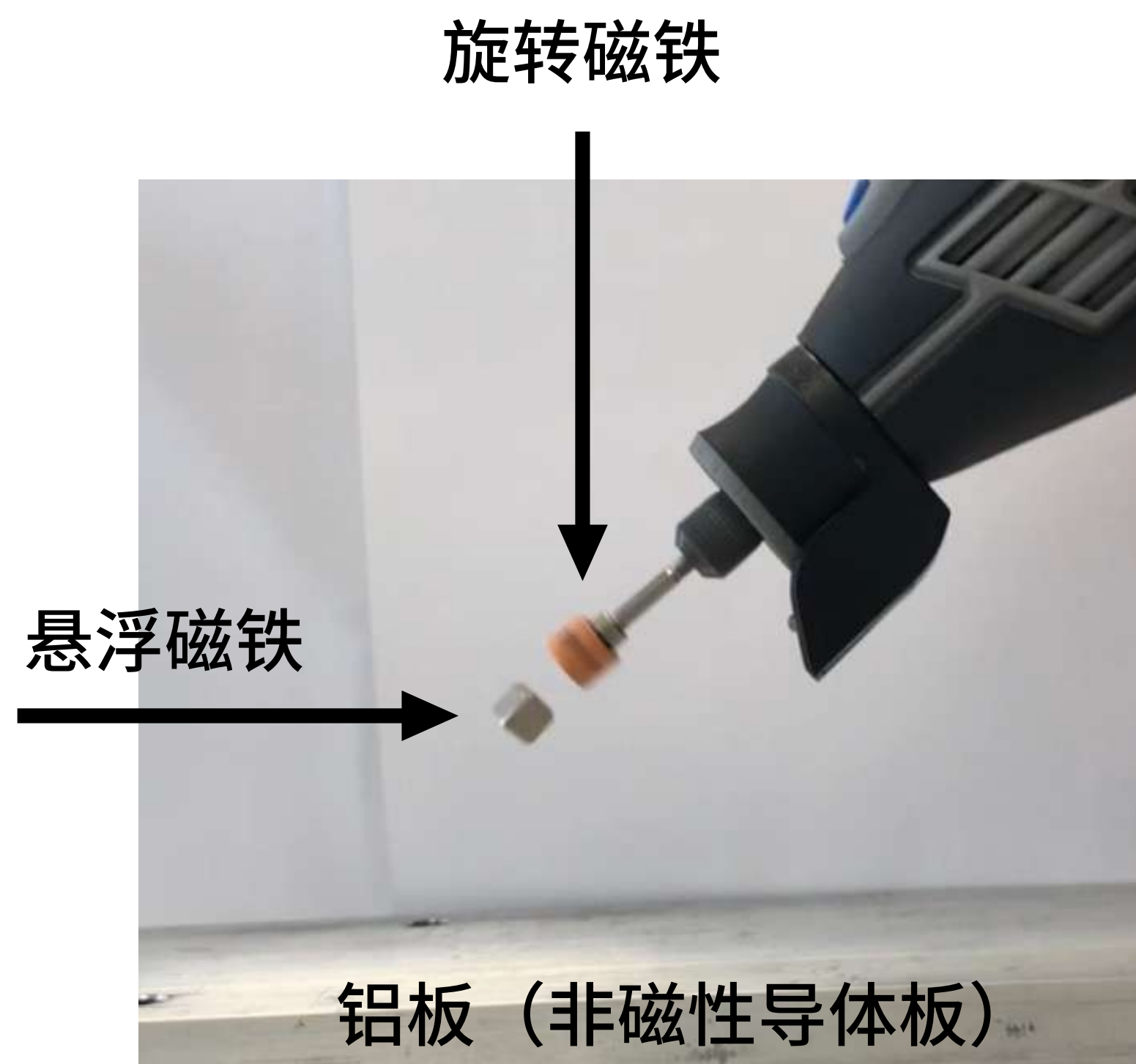


动机和启发

Part 1

研究现状

1. 吊装转子磁铁，不利于扩大规模
2. 能够悬浮的磁铁的体积、质量较小，限制实际应用



课题提供的灵感

+

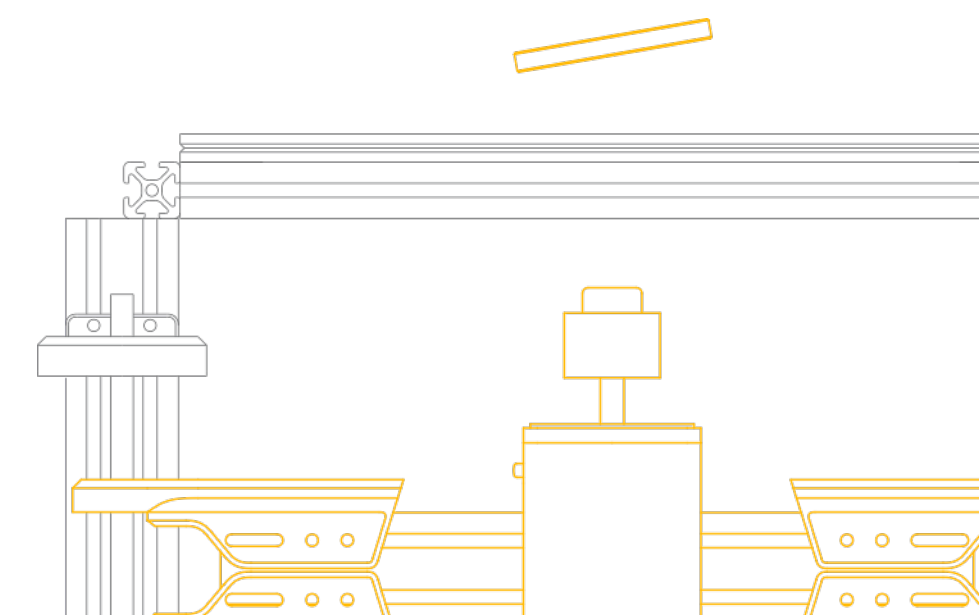
前人研究的启发^[1]

从非磁性导体板下方驱动悬浮

+

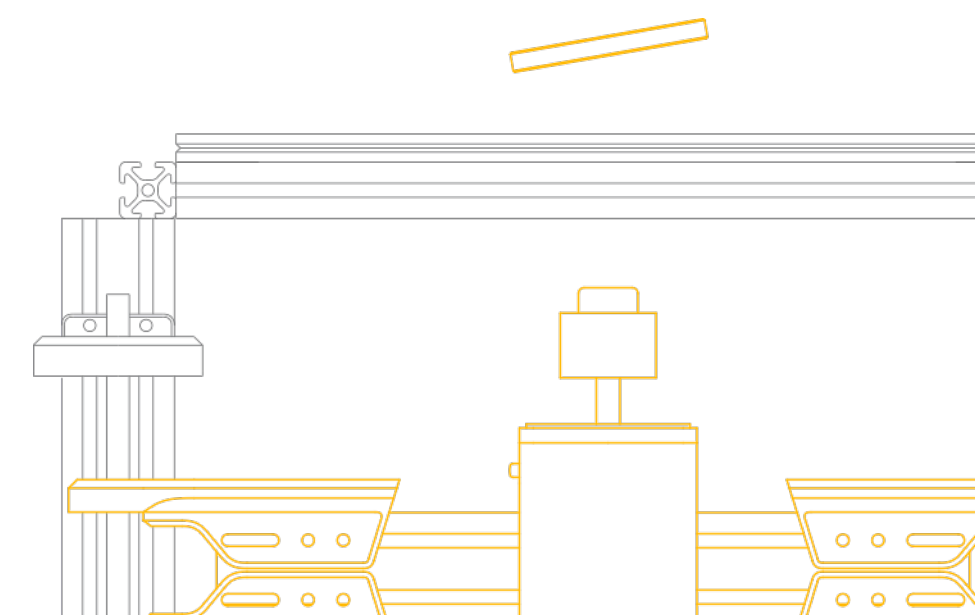
磁铁旋转导致的悬浮

[1] HERMANSEN J M, DURHUUS F L, FRANSEN C, et al. Magnetic levitation by rotation[J]. Physical Review Applied, 2023, 20(4):044036.



现象观察和问题提出

Part 2



实验复现

陀螺效应给予的启发

力矩提供者	重力
静止时力矩效果	使陀螺倾倒
转动时力矩效果	使陀螺进动



实验复现

Part 2

磁力矩能使旋转的磁铁进动而不倾倒

浮子磁铁

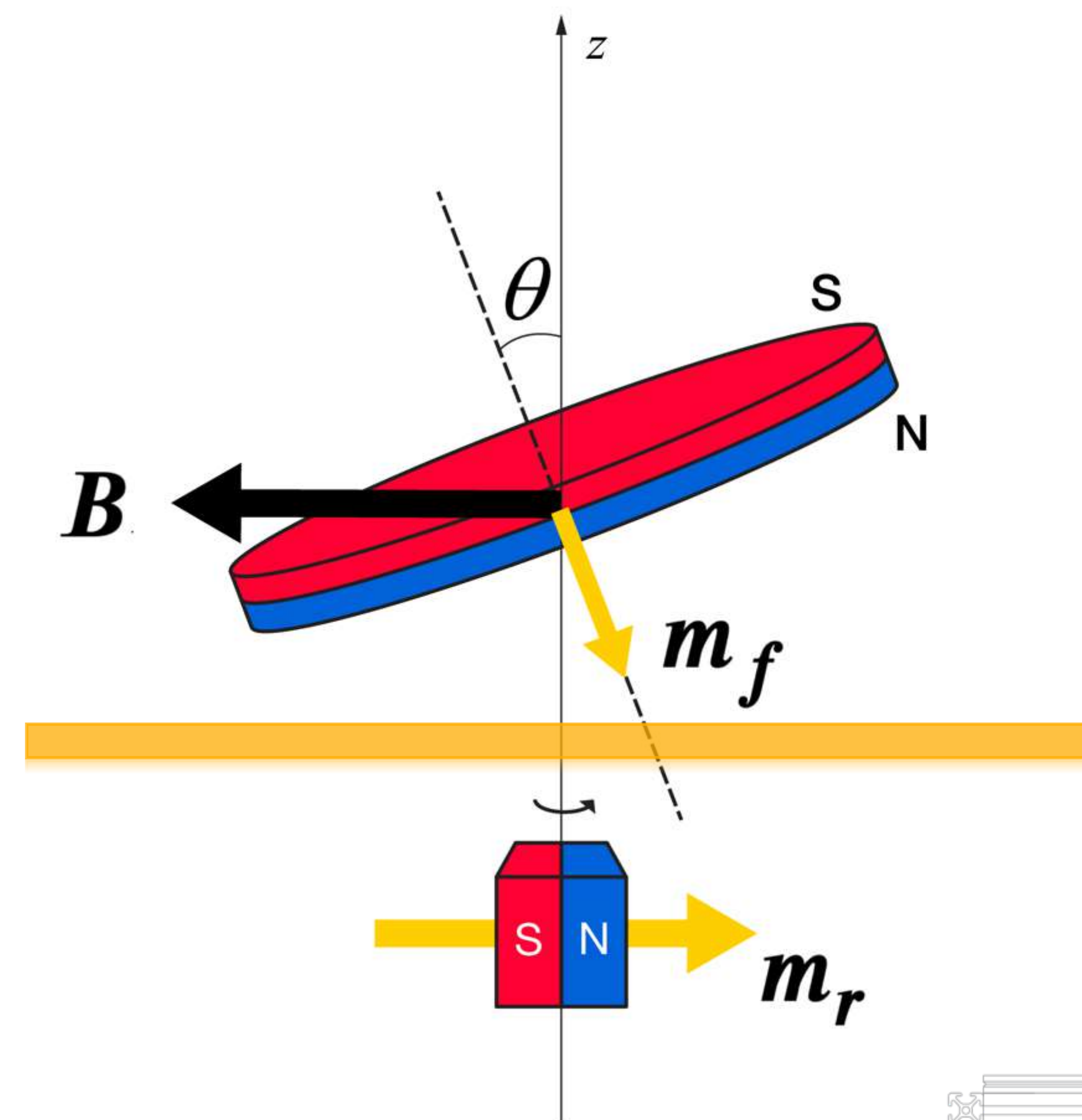
磁力矩使自旋的磁铁产生进动

非磁性导体板

产生涡流稳定运动

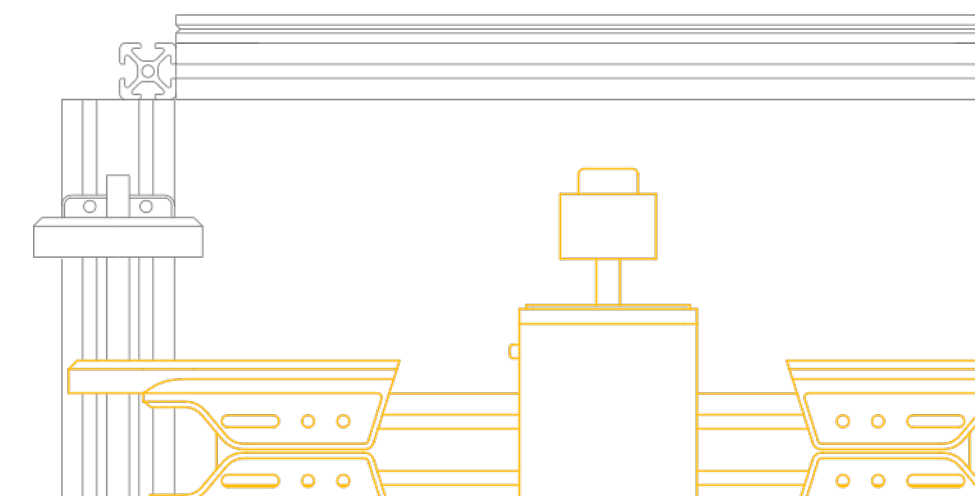
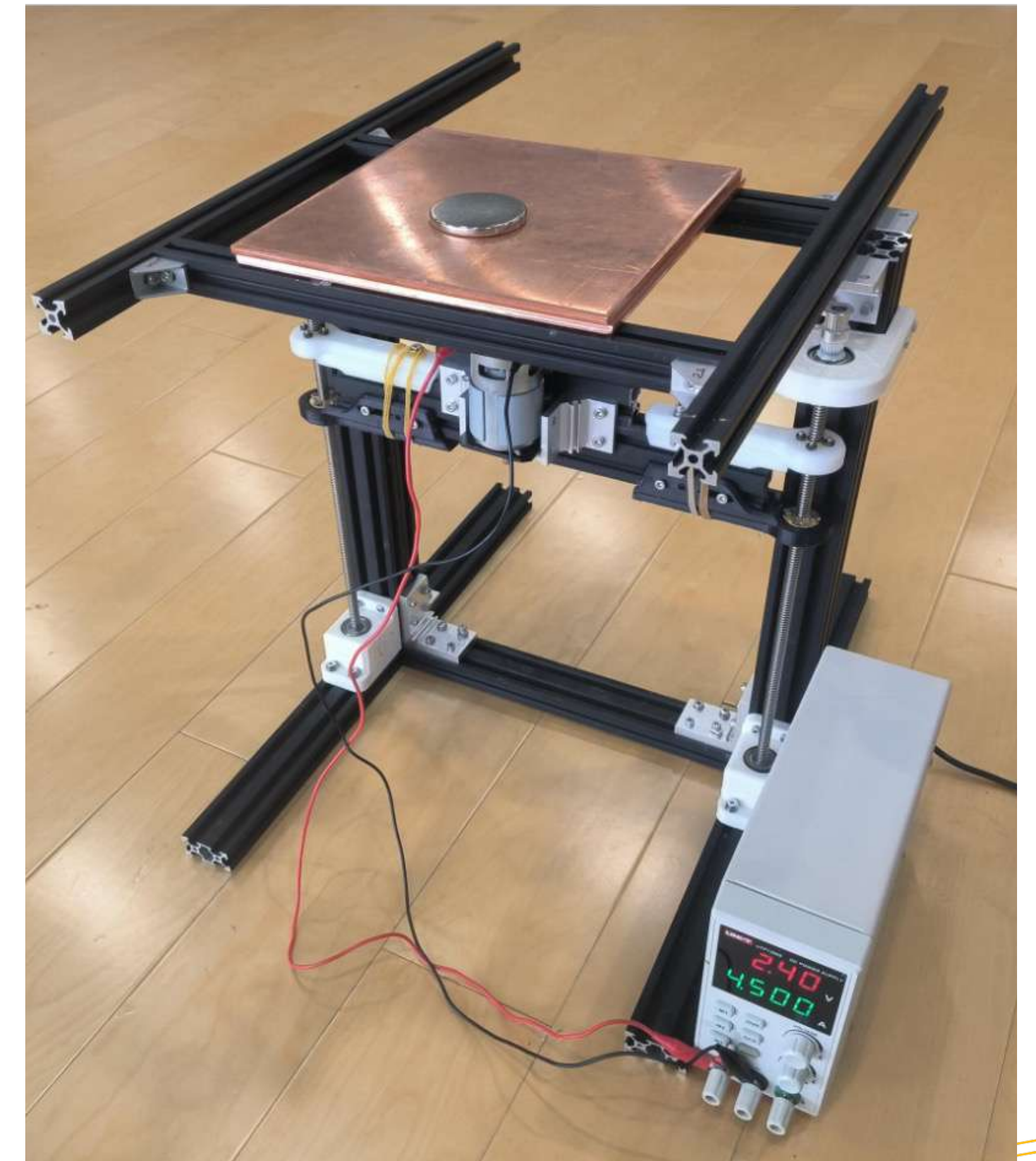
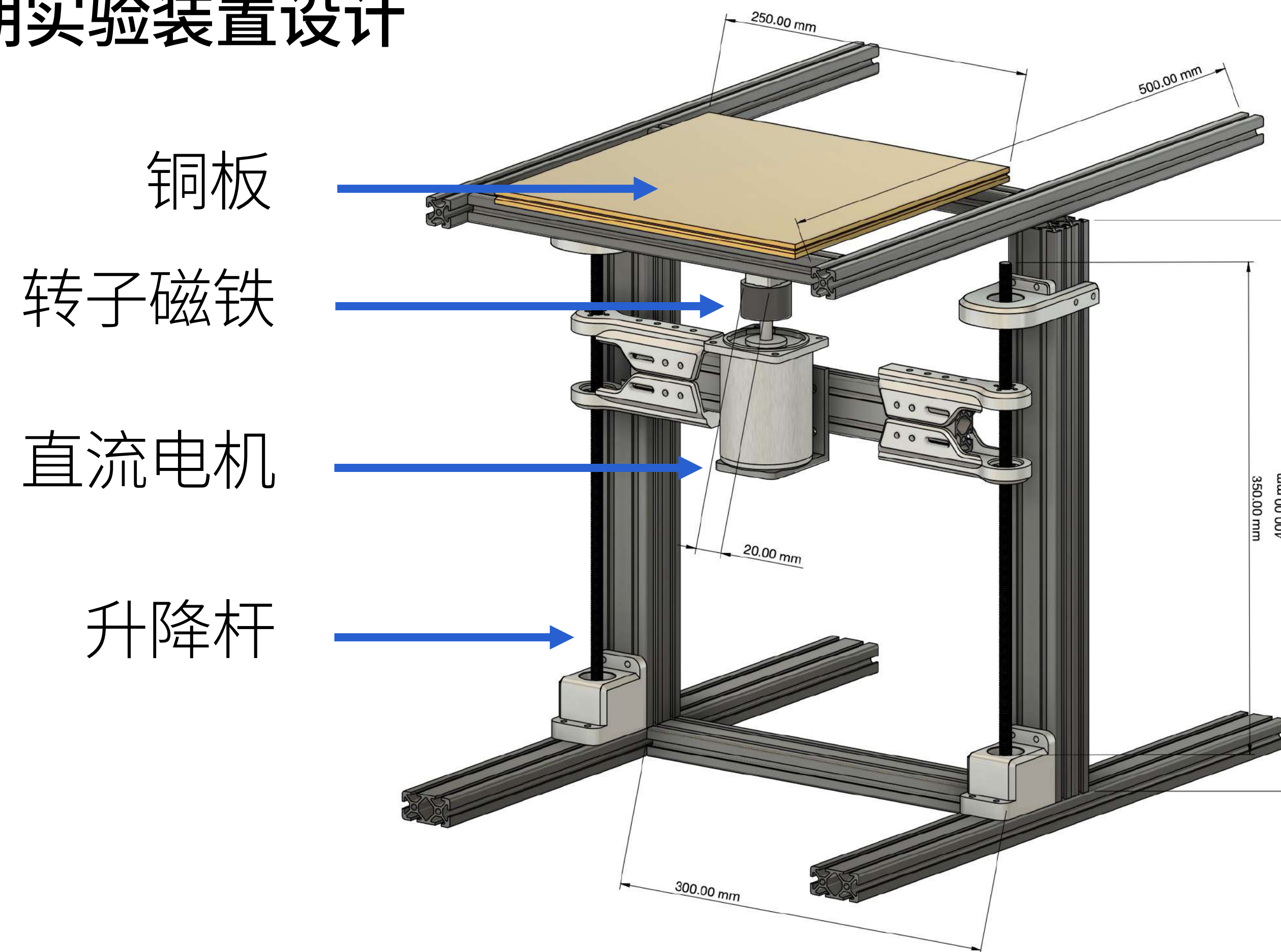
转子磁铁

提供旋转的磁场，使浮子磁铁自旋



实验复现

一期实验装置设计



悬浮磁铁

铜板（非磁性导体板）

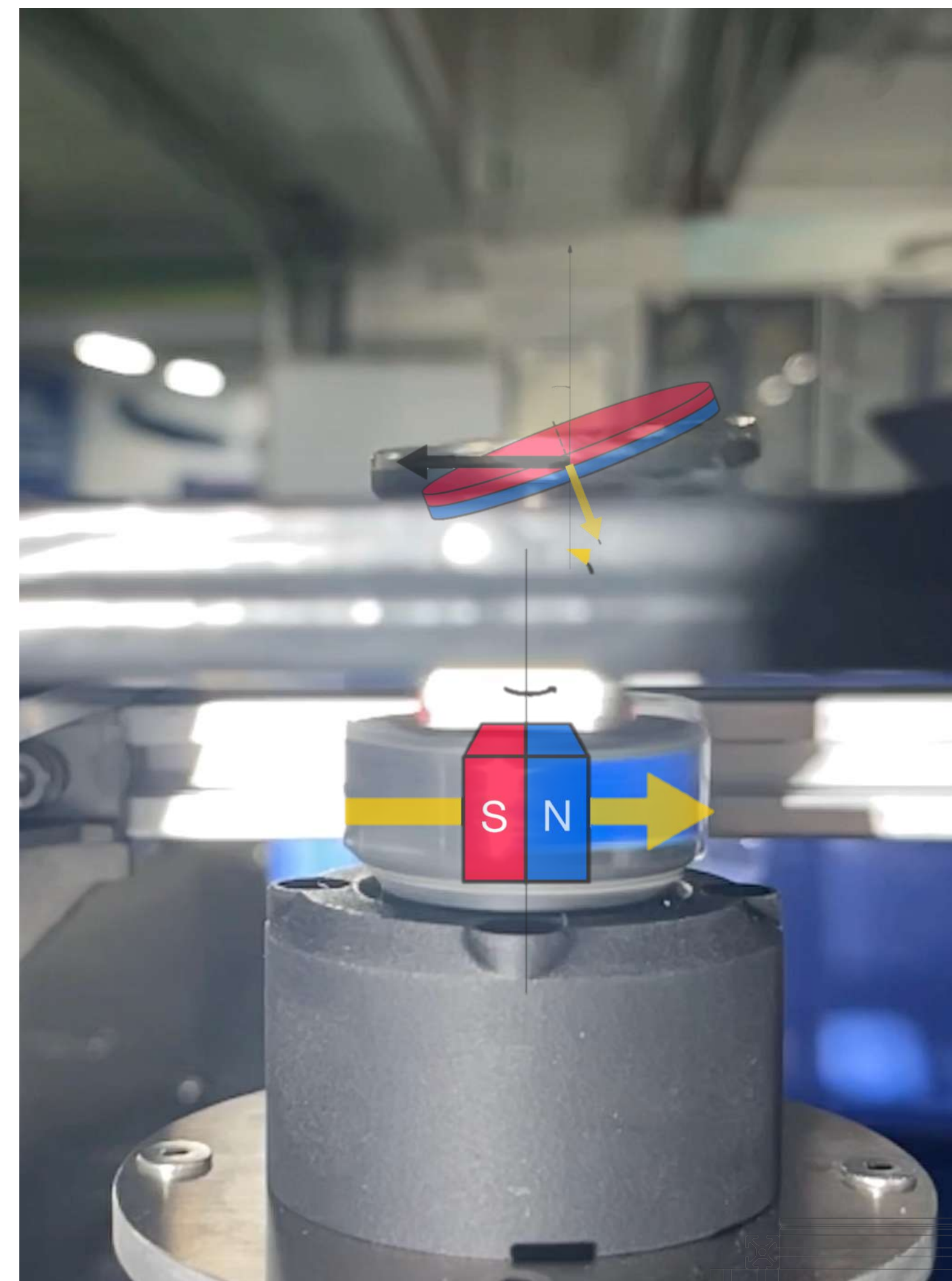
旋转磁铁

现象观察

Part 2

实验现象观察

1. 实验发现浮子**悬浮高度和章动角度随下方转子旋转速度的变化而改变**
2. 浮子稳定悬浮时具有**稳定的悬浮高度和章动角度**。受外界微小扰动时可复原。



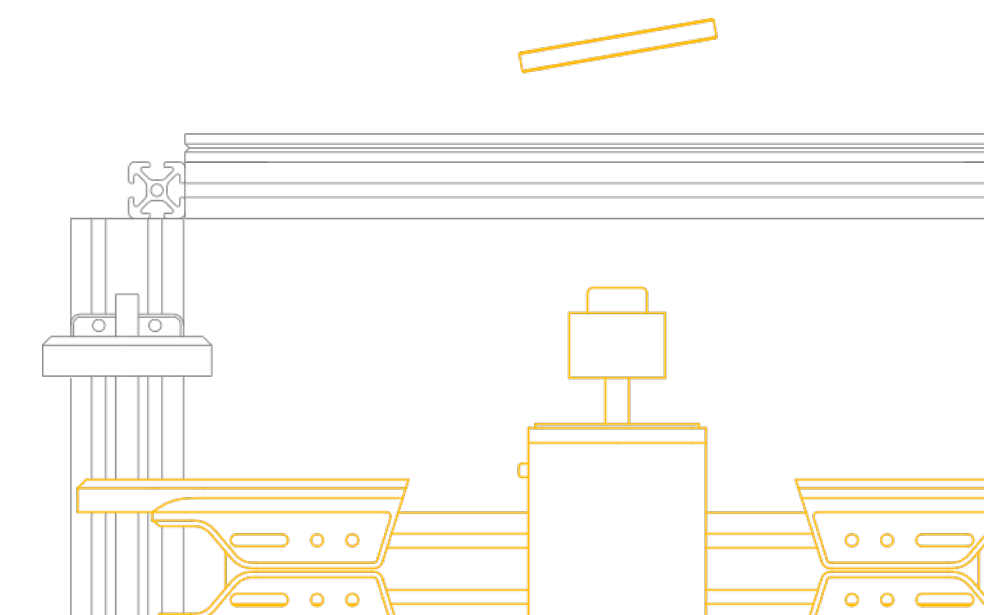
问题提出

Part 2

问题的提出与聚焦

核心问题

非传统磁悬浮能够实现本质原因是什么？



问题提出

Part 2

问题的提出与聚焦

问题 2：

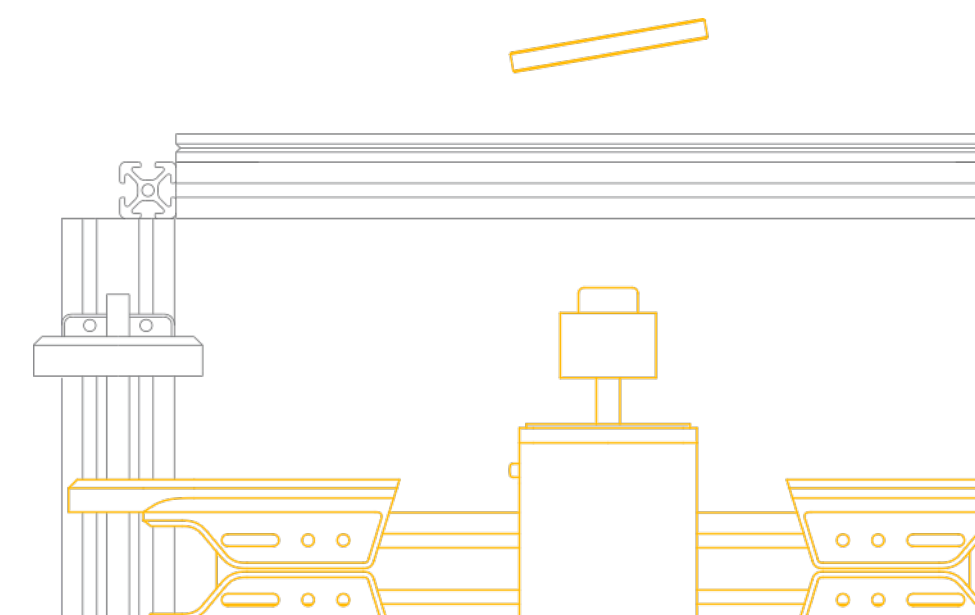
转子转速 ω_r

如何影响



章动角 θ

悬浮高度 z



问题提出

Part 2

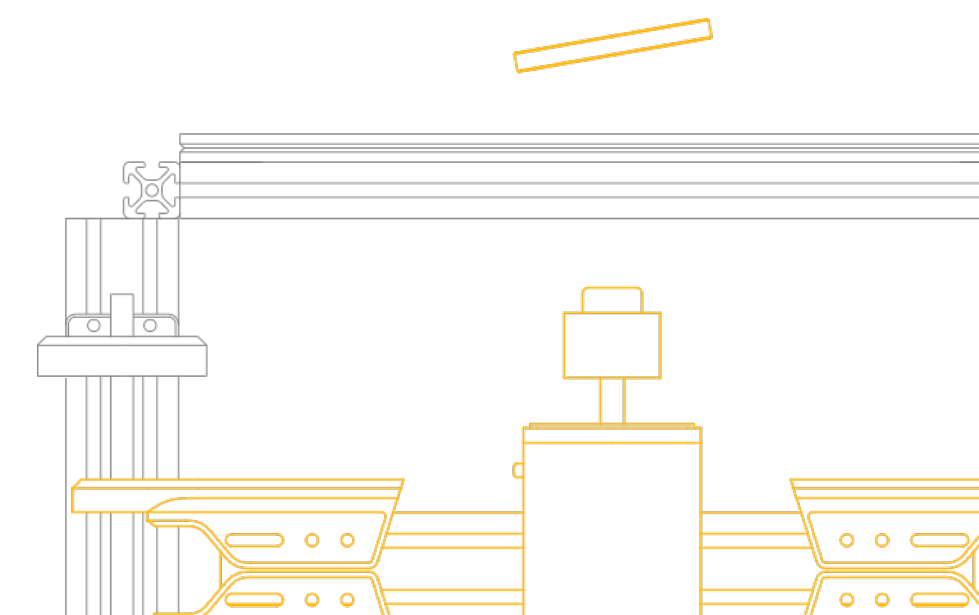
问题的提出与聚焦

问题 3 :

章动角 θ

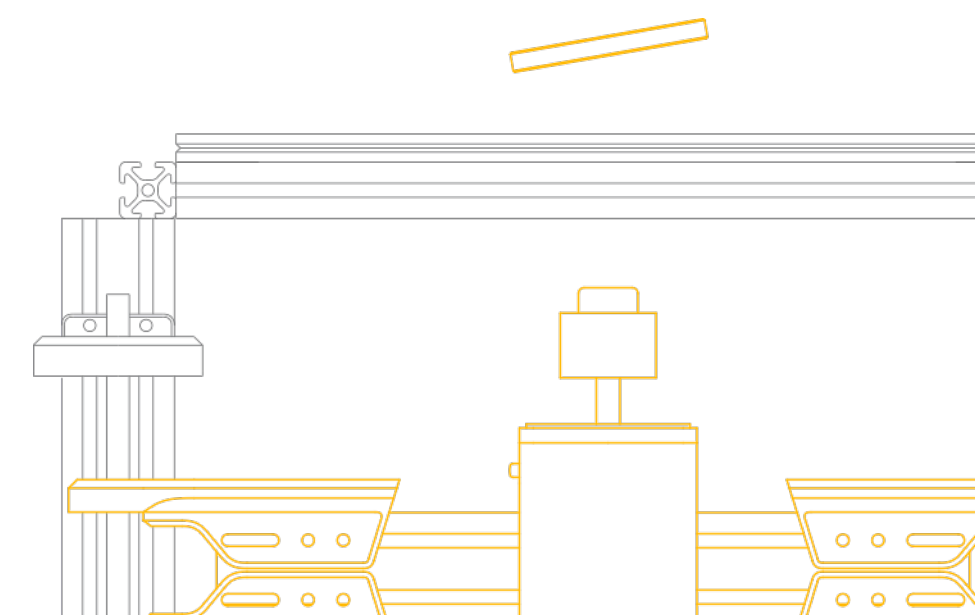
悬浮高度 z

稳定 的条件及原因



理论建模与分析

Part 3



理论建模与分析

平衡态动力学分析

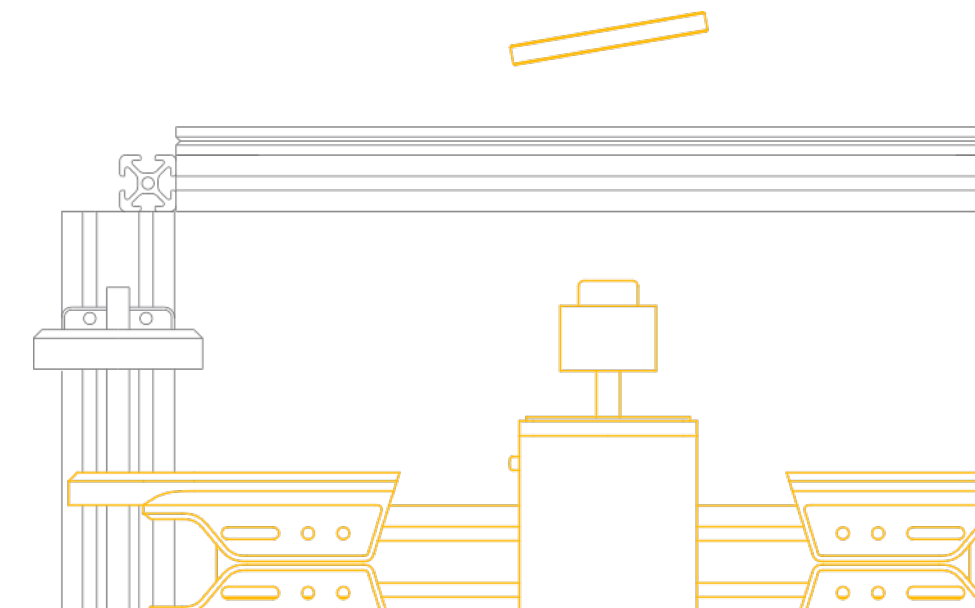
拉格朗日方程求解

悬浮稳定性分析

目标

解释悬浮原理，给出章动角 θ 、
悬浮高度 z 关于转子转速的表达式

Part 3.1



问题简化（自由度约化）

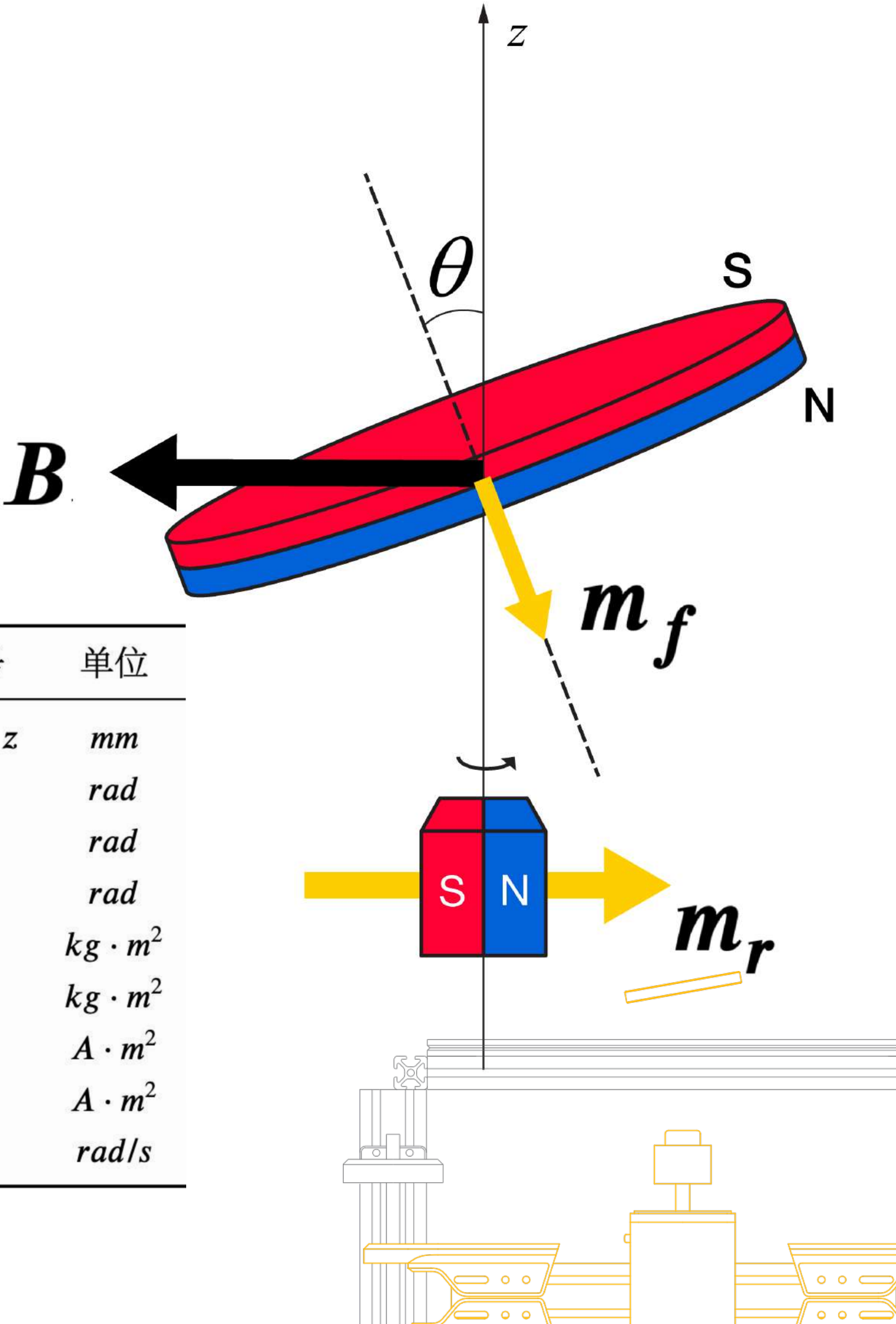
我们将探究的重点围绕在 θ, z 两个自由度上，我们约定：

$$x, y \equiv 0$$

根据实验观察，转子转速和浮子进动速度大致相等。

$$\dot{\phi} = \omega_r$$

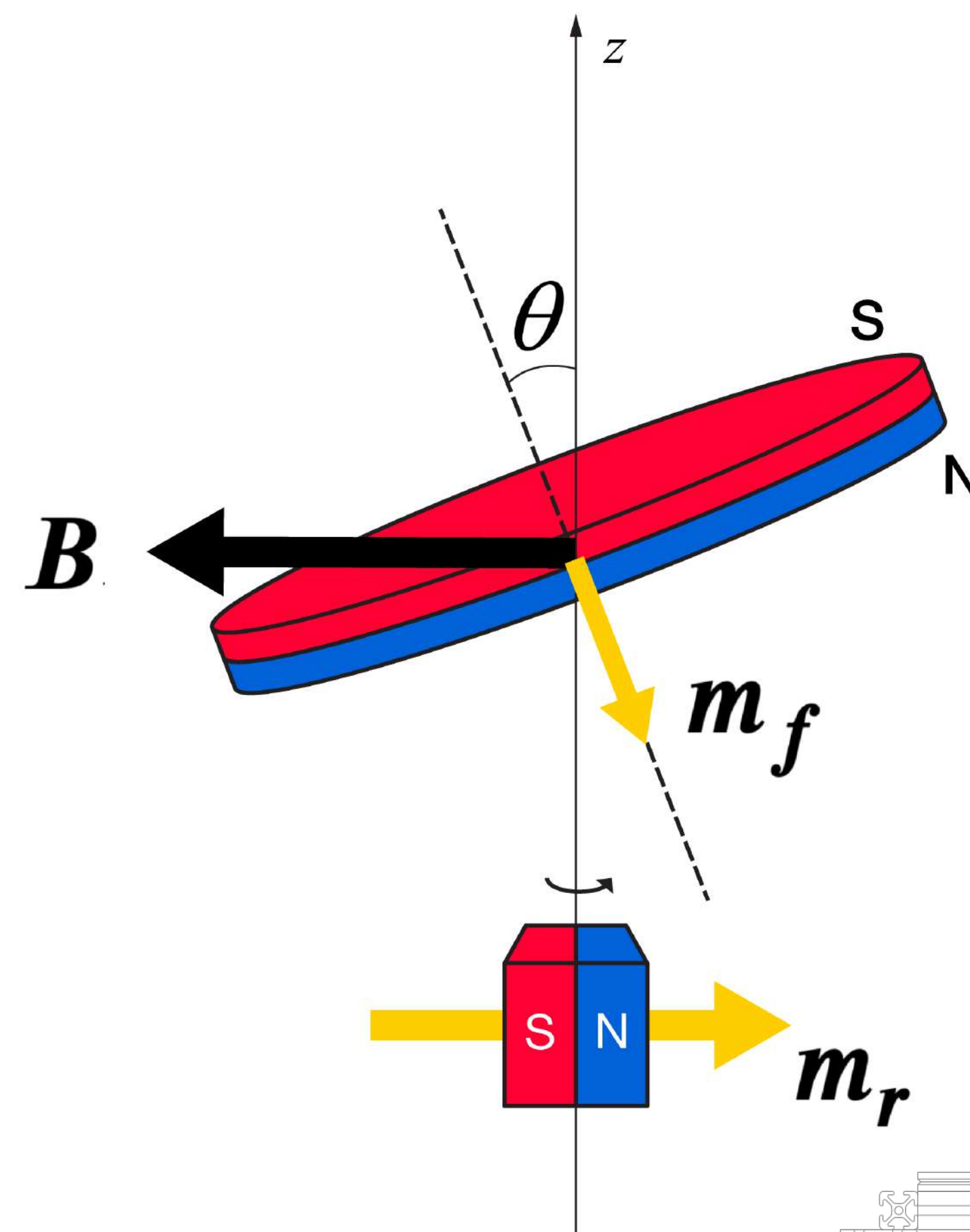
物理量	符号	单位
浮子质心位置	x, y, z	mm
浮子进动角	ϕ	rad
浮子章动角	θ	rad
浮子自旋角	ψ	rad
浮子径向旋转转动惯量	I_r	$kg \cdot m^2$
浮子轴向旋转转动惯量	I_a	$kg \cdot m^2$
浮子磁矩	m_f	$A \cdot m^2$
转子磁矩	m_r	$A \cdot m^2$
转子转速	ω_r	rad/s



理论建模

- 将转子磁铁和浮子磁铁看作**磁偶极子**，转子磁铁磁场根据毕奥-萨伐尔定理 (Biot-Savart Law) 可表示为^[1]:

$$\mathbf{B}_r = \frac{\mu_0}{4\pi r^3} [3(\hat{\mathbf{r}} \cdot \mathbf{m}_r)\hat{\mathbf{r}} - \mathbf{m}_r]$$



理论分析 动力学分析

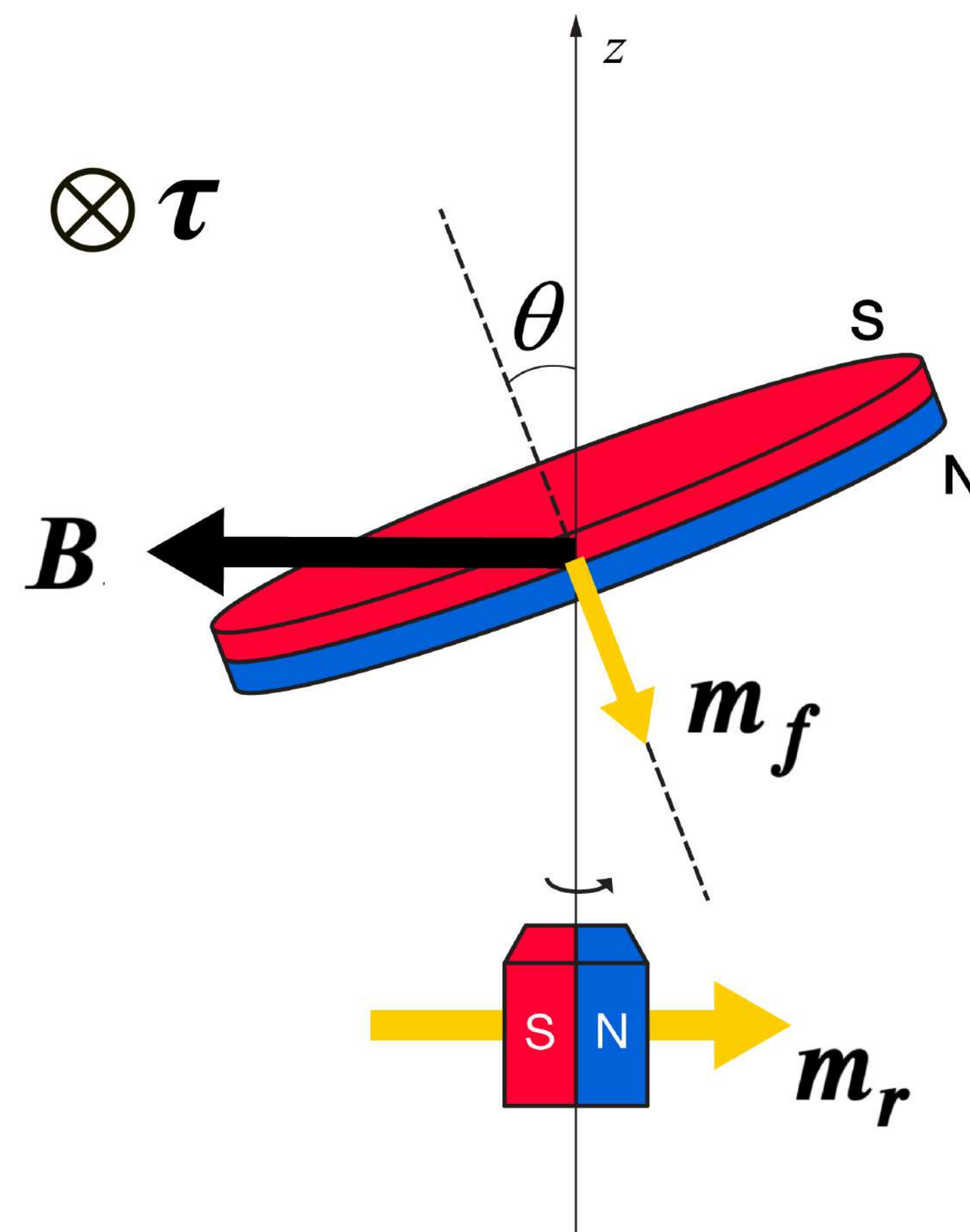
Part 3.1

理论建模 给出章动角 θ 表达式

- 浮子磁铁受到的磁力矩使其进动，效果近似于陀螺中的重力矩：

$$|\boldsymbol{\tau}| = |\mathbf{m}_f \times \mathbf{B}|$$

$$|\boldsymbol{\tau}| = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{m_r m_f}{z^3} \cos \theta$$



理论建模 给出章动角 θ 表达式

- 将进动速度沿磁铁轴向径向（主轴）分解，并考虑自旋对于轴向角动量的贡献。根据角动量定理，有：

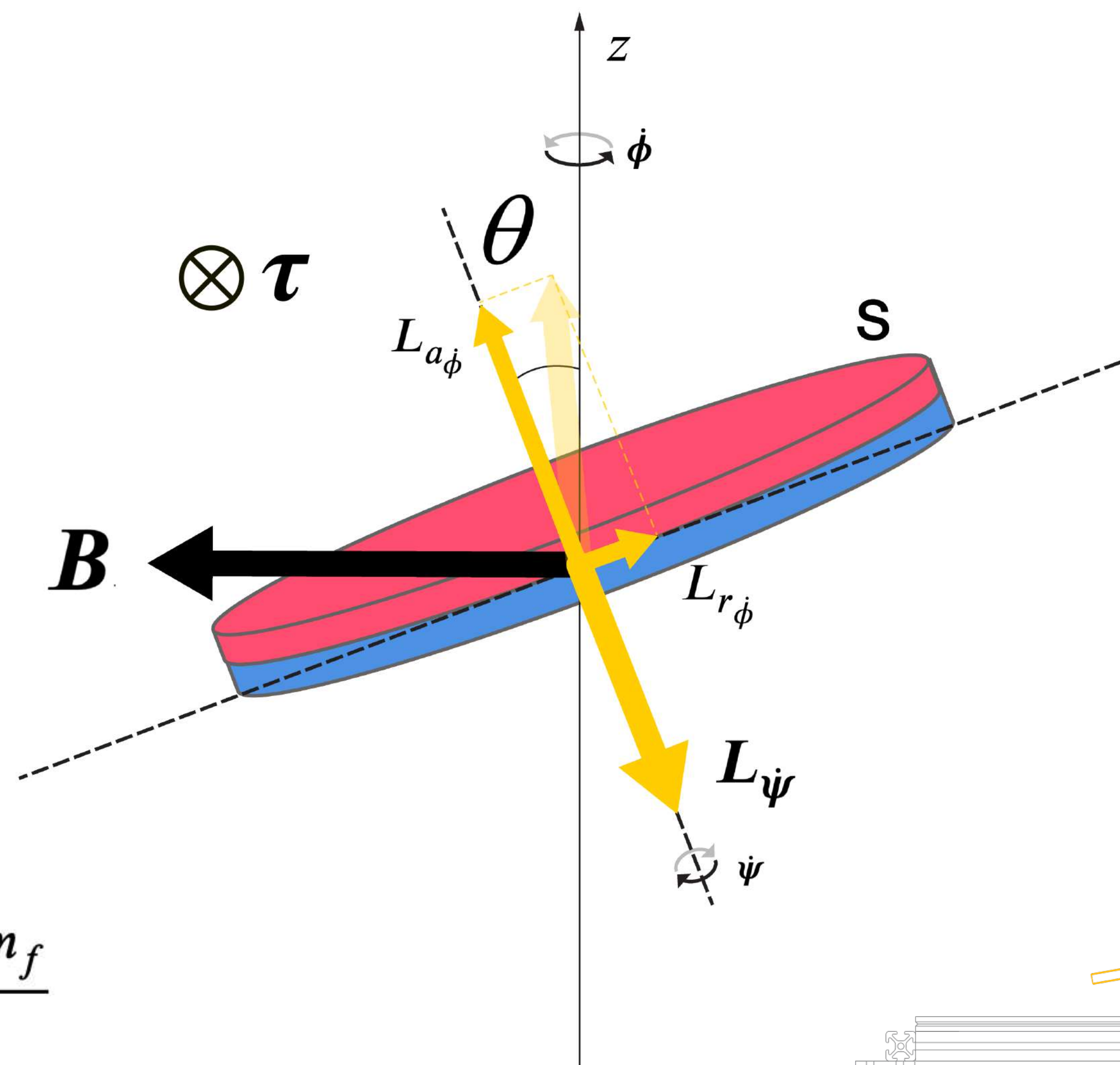
$$|\boldsymbol{\tau}| = \left| \frac{d\mathbf{L}}{dt} \right|$$

$$|\boldsymbol{\tau}| = |\dot{\boldsymbol{\phi}} \times \mathbf{L}| = I_r \omega_r^2 \sin \theta \cos \theta$$

- 解得关于 θ 表达式为

$$\sin \theta = \frac{M}{I_r \omega_r^2 z^3} \quad (1)$$

$$M = \frac{\mu_0 m_r m_f}{4\pi}$$



理论分析 动力学分析

Part 3.1

理论建模 给出悬浮高度 z 表达式

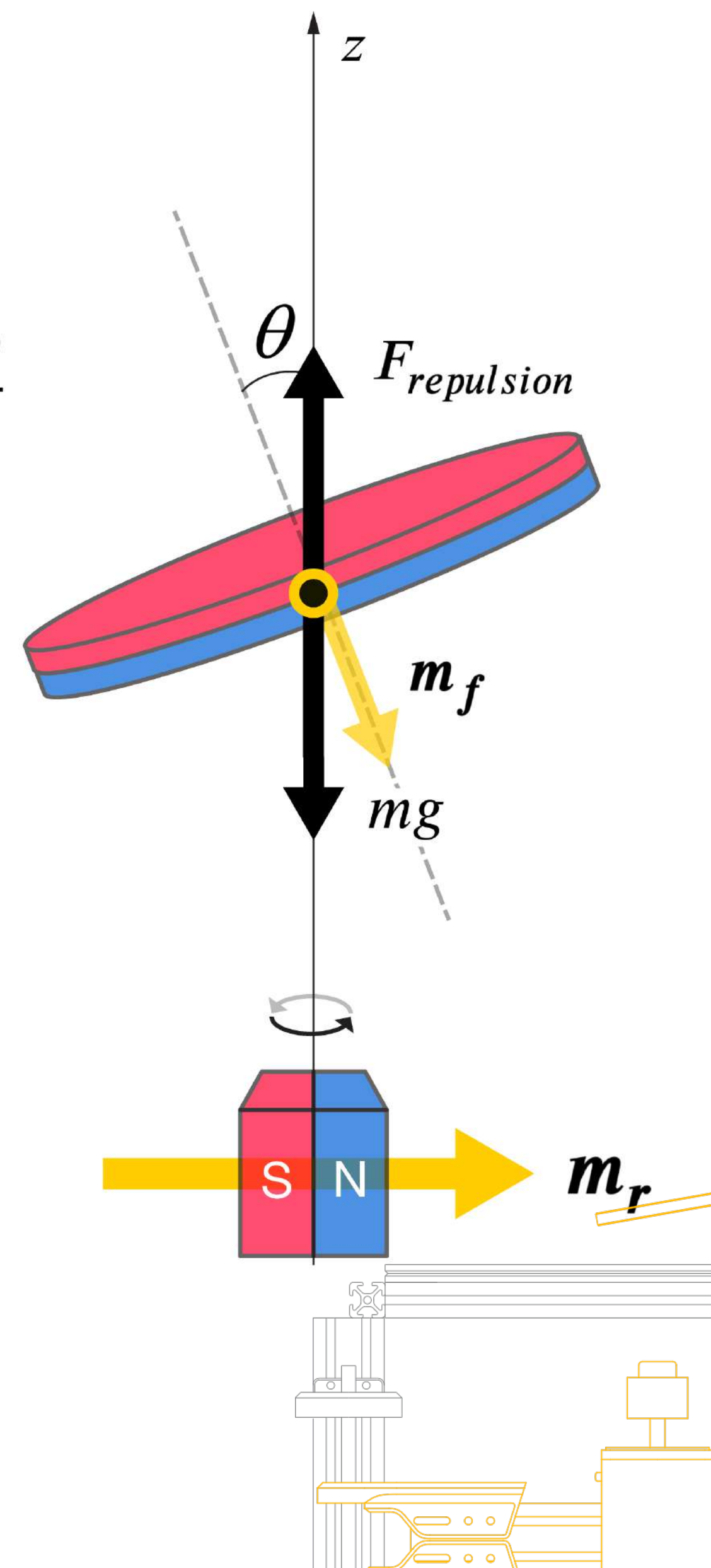
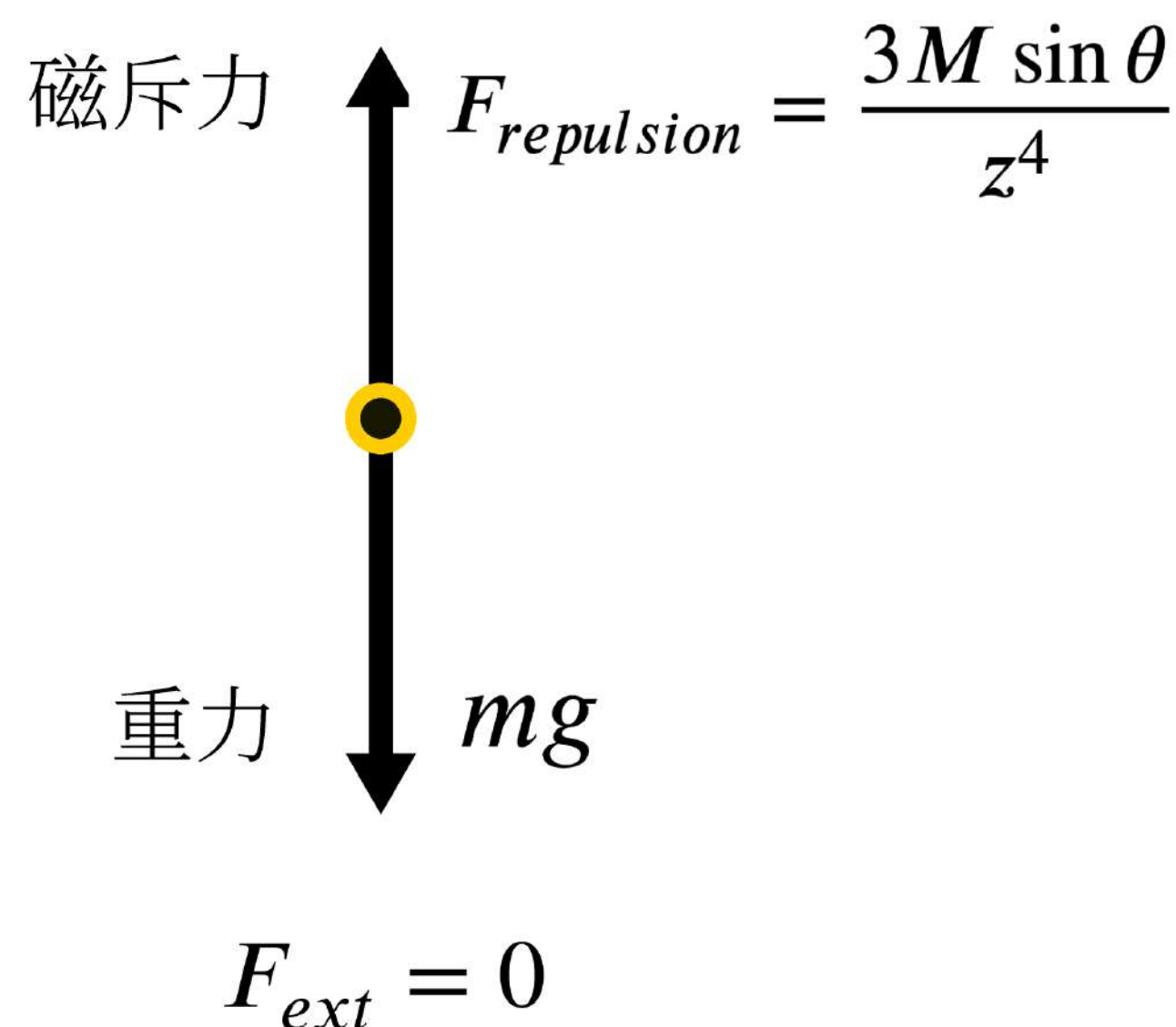
- 在适当悬浮高度上，浮子竖直方向受力平衡，合外力为 0

$$F_{ext} = \frac{3M^2}{I_r \omega_r^2 z^7} - mg = 0$$

$$z = \left[\frac{3M^2}{mg I_r \omega_r^2} \right]^{\frac{1}{7}}$$

- (1) 式可改写为

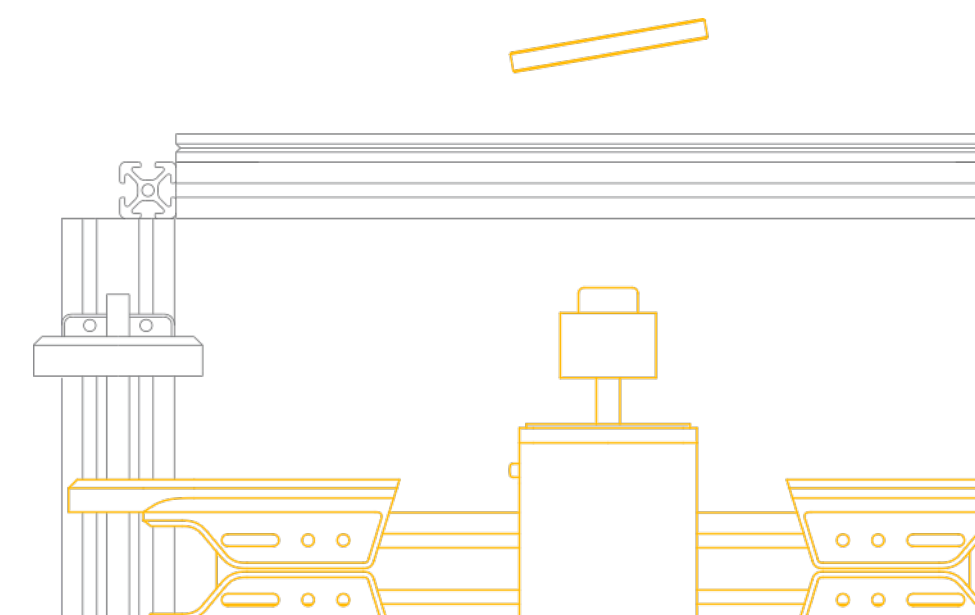
$$\sin \theta = \frac{M}{I_r \omega_r^2 z^3} \Rightarrow \sin \theta = \left[\frac{M m^2 g^2}{27 I_r^4 \omega_r^8} \right]^{\frac{1}{7}} \quad (2)$$



理论建模

- 在浮子处于平衡状态下，其悬浮高度、章动角与转子转速的关系可由下列表达式给出

$$z = \left[\frac{3M^2}{mgI_r\omega_r^2} \right]^{\frac{1}{7}} \quad \sin \theta = \left[\frac{Mm^2g^2}{27I_r^4\omega_r^8} \right]^{\frac{1}{7}} \quad (3)$$



理论建模与分析

平衡态动力学分析

拉格朗日方程求解

悬浮稳定性分析

目标

给出浮子模拟运动轨迹；
验证章动角 θ 、悬浮高度 z
的稳定性。

Part 3.2



拉格朗日量

$$L = T - V = \underbrace{\frac{1}{2}m(\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2)}_{\text{平动动能}} + \underbrace{\frac{1}{2}I_r [\dot{\theta}^2 + (\dot{\phi} \sin \theta)^2]}_{\text{转动动能}} + \frac{1}{2}I_a(\dot{\phi} \cos \theta + \dot{\psi})^2 + \underbrace{\mathbf{B}_{m_r} \cdot \mathbf{m}_f}_{\text{磁势能}} - \underbrace{mgz}_{\text{重力势能}}$$



理论分析 拉格朗日方程求解

Part 3.2

拉格朗日方程数值模拟

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}(t)} - \frac{\partial L}{\partial \theta(t)} = -\lambda \dot{\theta}(t)$$

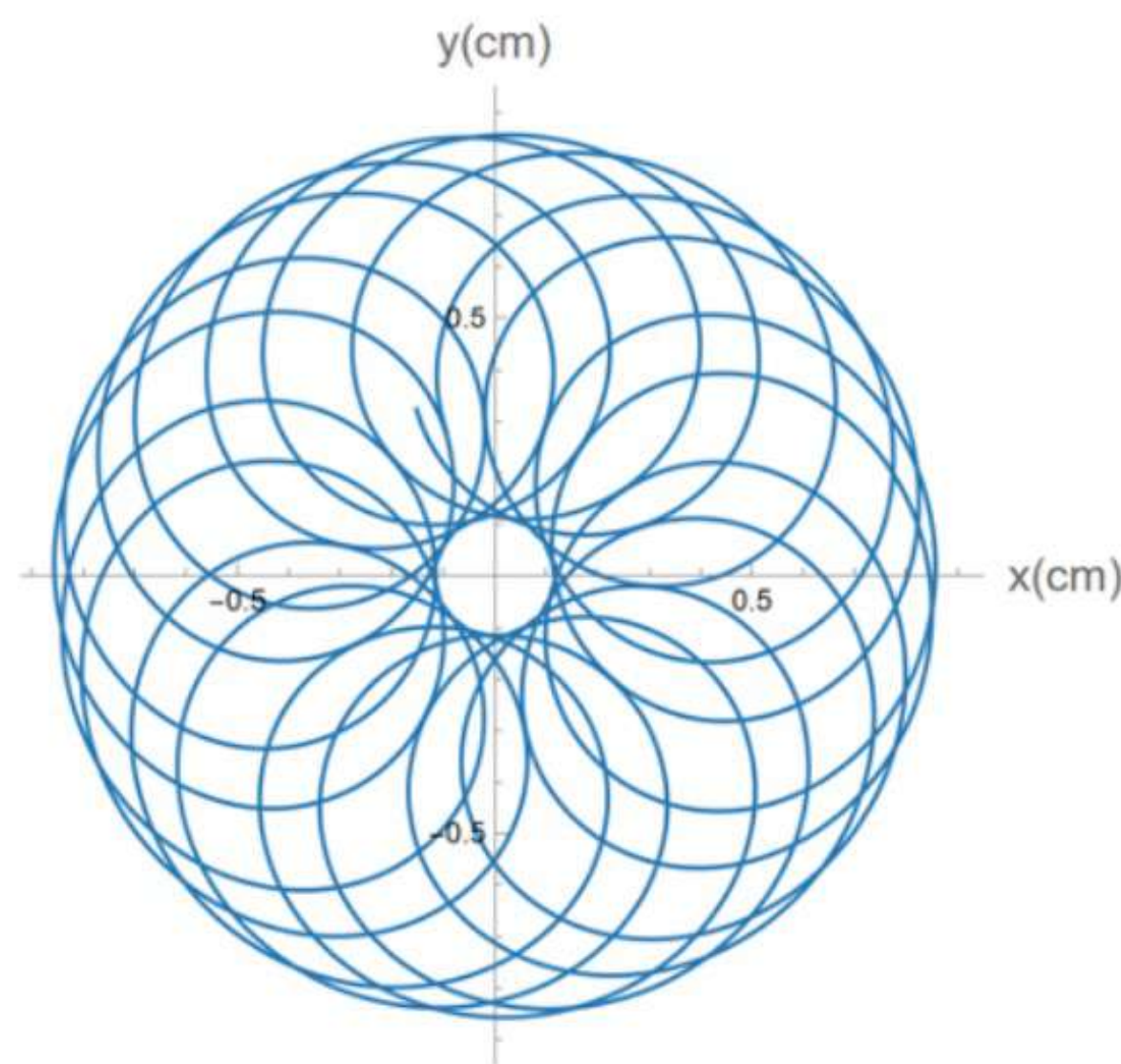
$$\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{\phi}(t)} - \frac{\partial L}{\partial \phi(t)} = -\lambda \dot{\phi}(t) \sin^2 \phi$$

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{\psi}(t)} - \frac{\partial L}{\partial \psi(t)} = 0$$

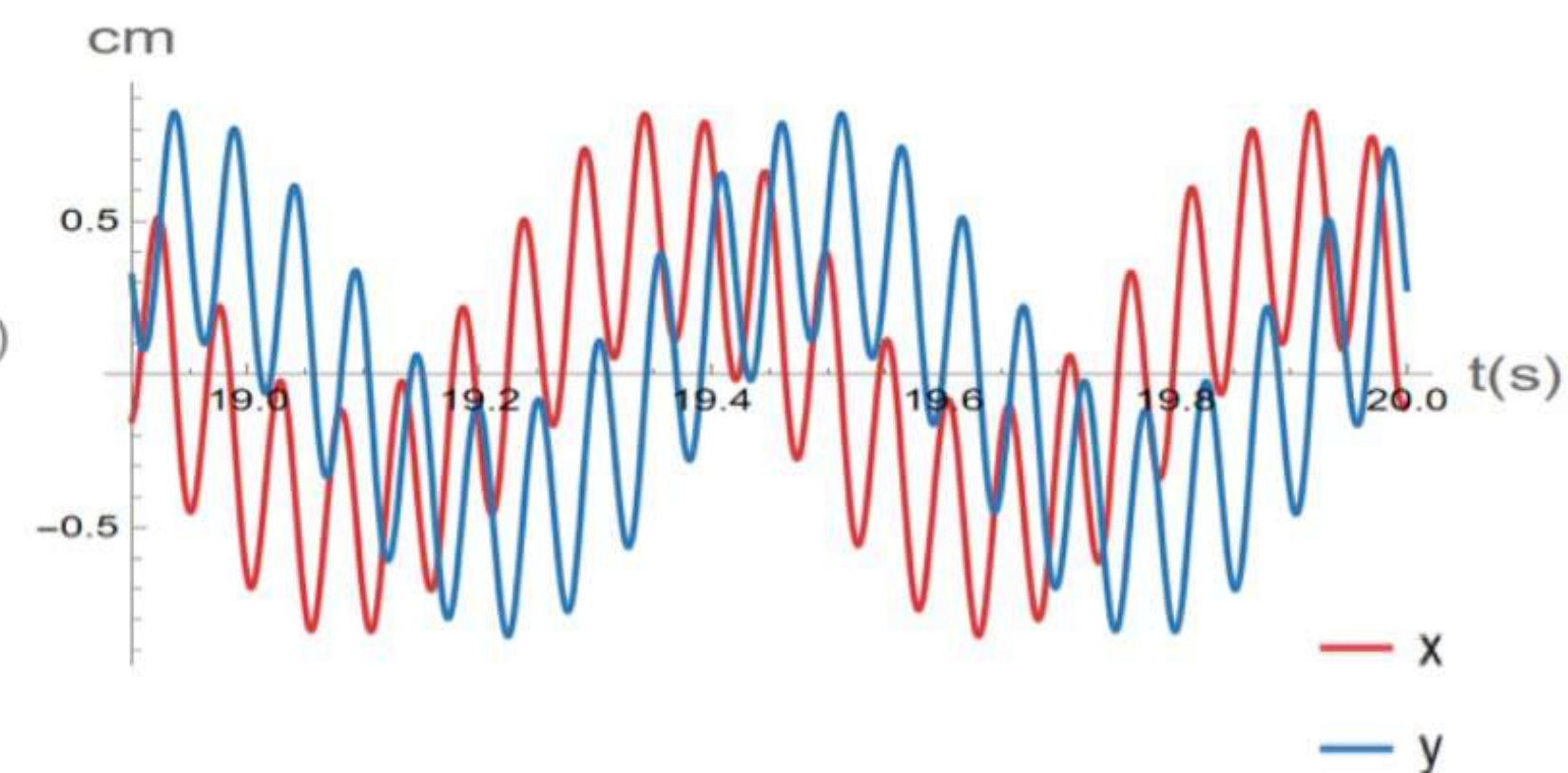
$$\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{x}(t)} - \frac{\partial L}{\partial x} = -\alpha \dot{x}(t)$$

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{y}(t)} - \frac{\partial L}{\partial y(t)} = -\alpha \dot{y}(t)$$

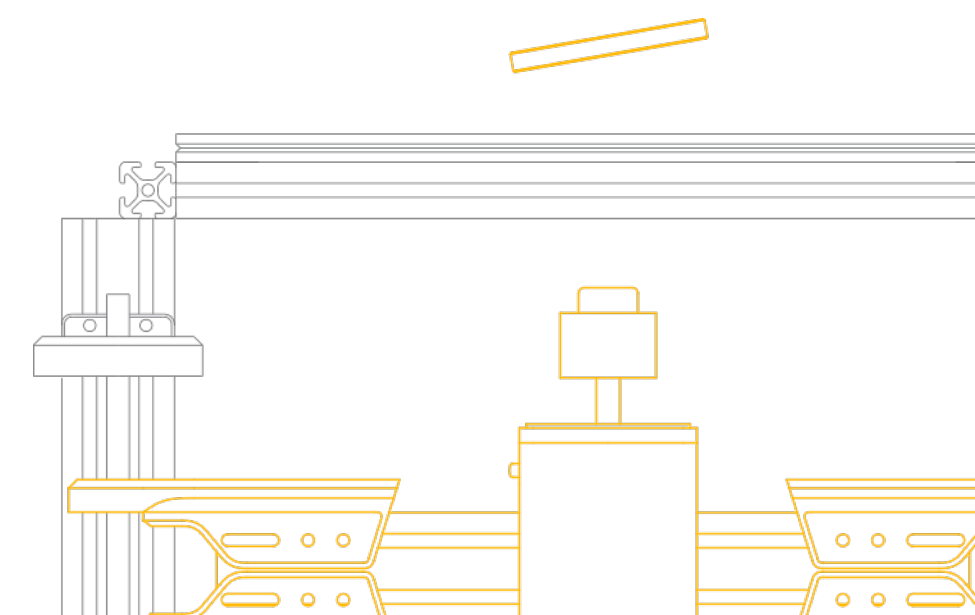
$$\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{z}(t)} - \frac{\partial L}{\partial z(t)} = -\beta \dot{z}(t)$$



(a) 理论模拟浮子质心在 $x - y$ 平面上的轨迹



(b) 理论模拟浮子质心位置随时间的变化



理论分析 拉格朗日方程求解

Part 3.2

拉格朗日方程数值模拟

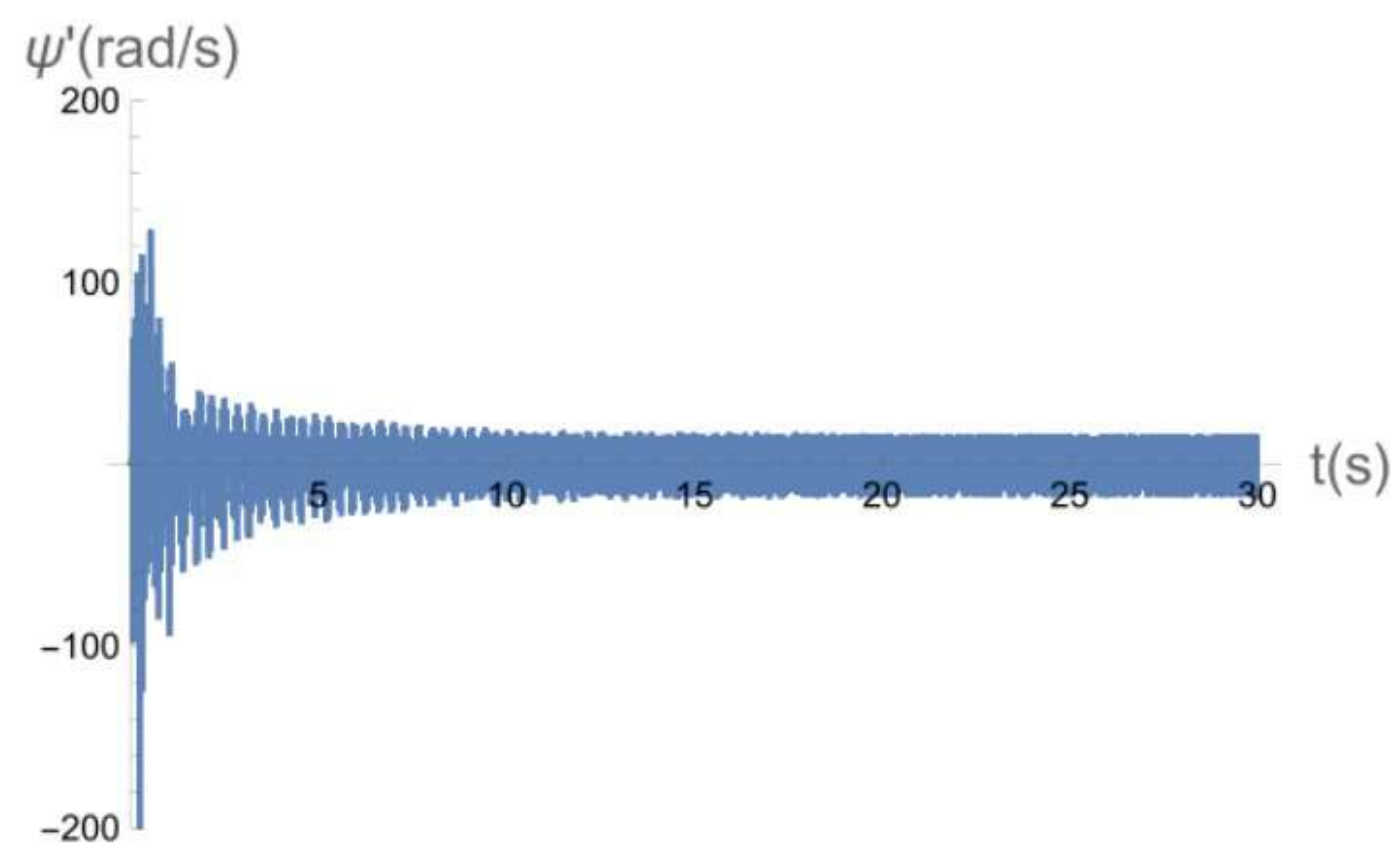


图 8 理论模拟自旋角速度

- 理论计算给出稳定的自旋角速度

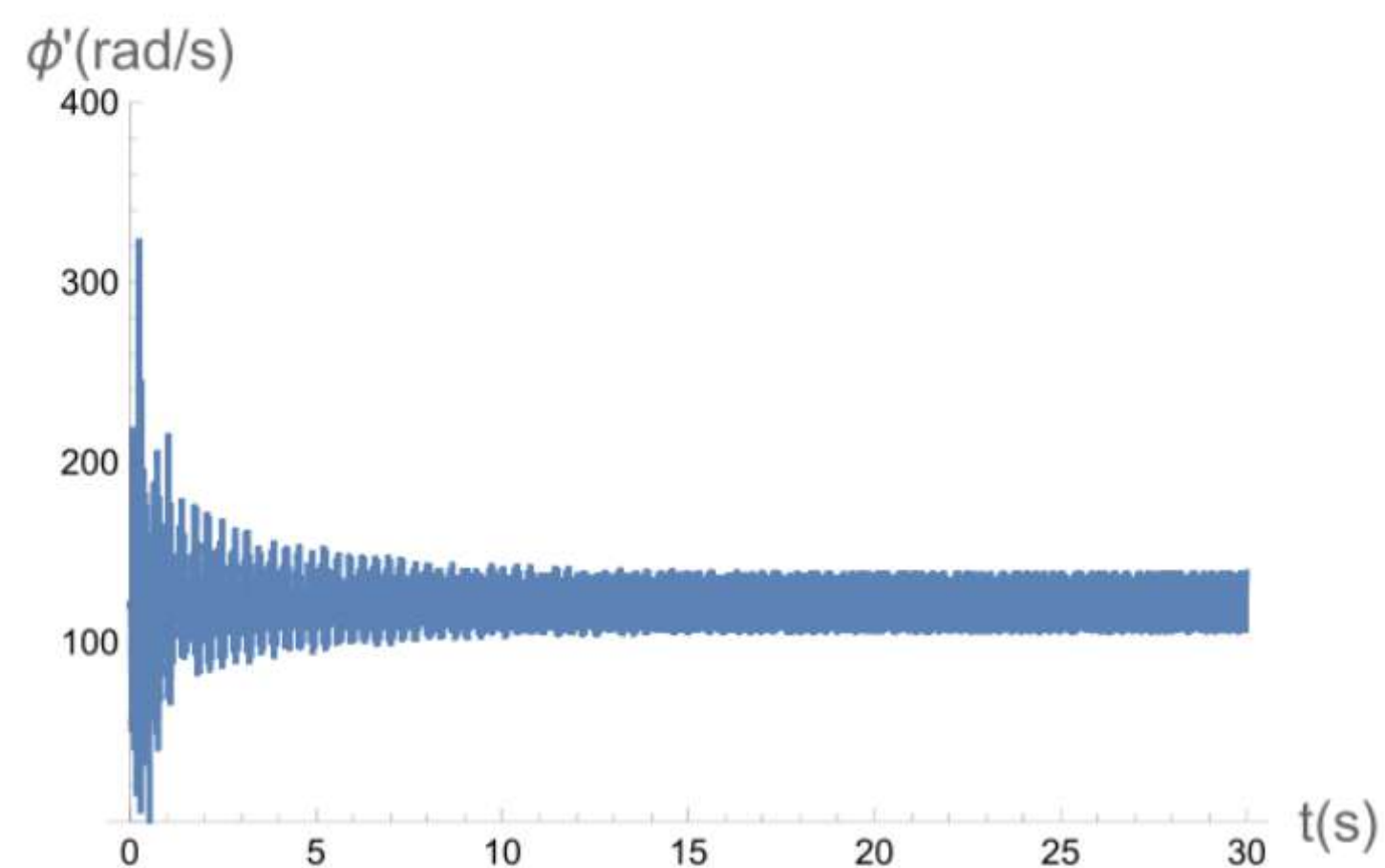


图 9 理论模拟进动角速度

- 理论计算给出稳定的进动角速度
- 该角速度数值与转子转速一致

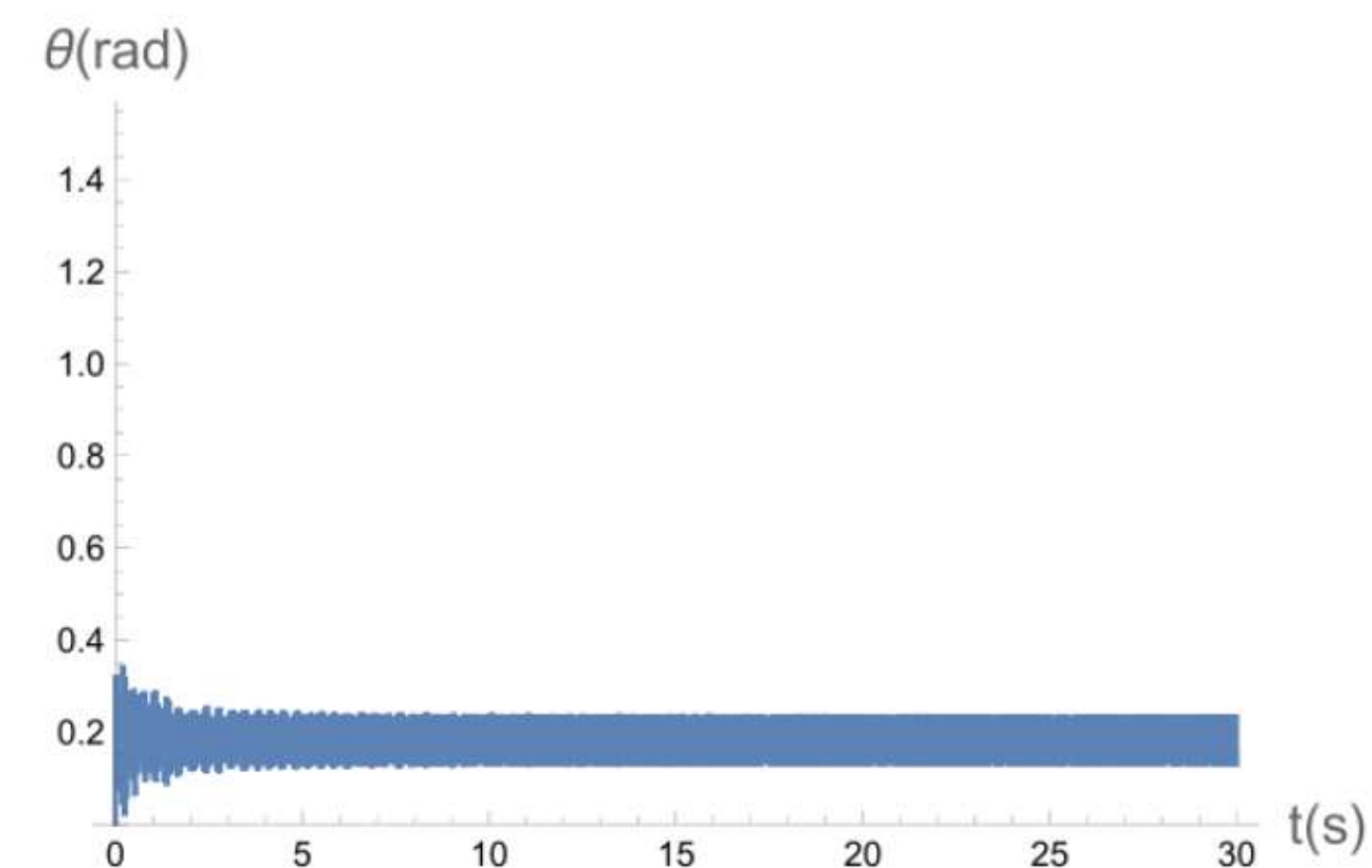
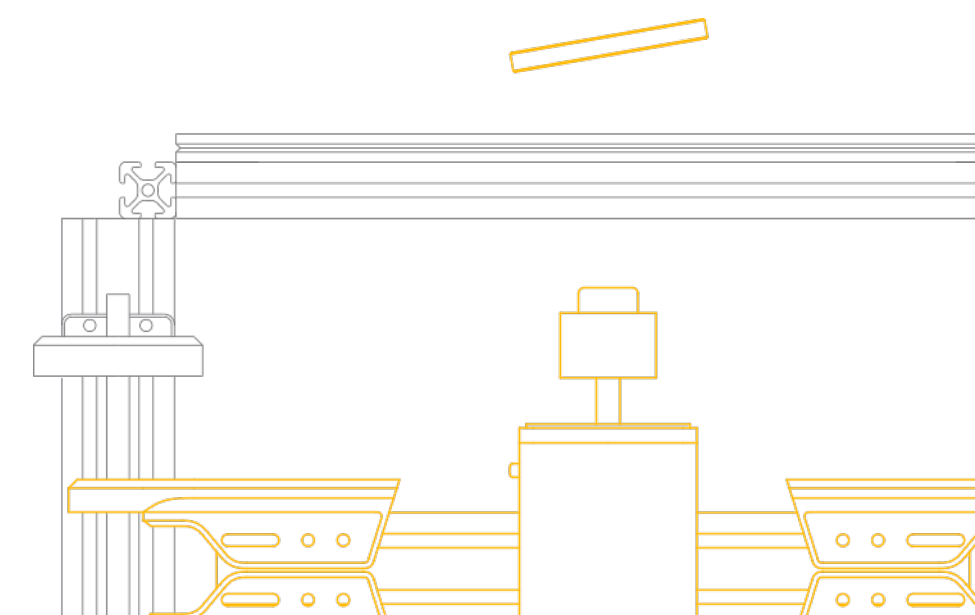


图 10 理论模拟章动角

- 理论计算给出稳定的章动角



理论建模与分析

平衡态动力学分析

拉格朗日方程求解

悬浮稳定性分析

目标

定性半定量解释平衡状态下章动角 θ 、悬浮高度 z 稳定的原因。

Part 3.3



理论分析 悬浮稳定性分析

Part 3.3

竖直方向磁场修正

竖直方向上存在较小磁场 B_z ，相较水平方向磁场 B_{xy} 小一量级

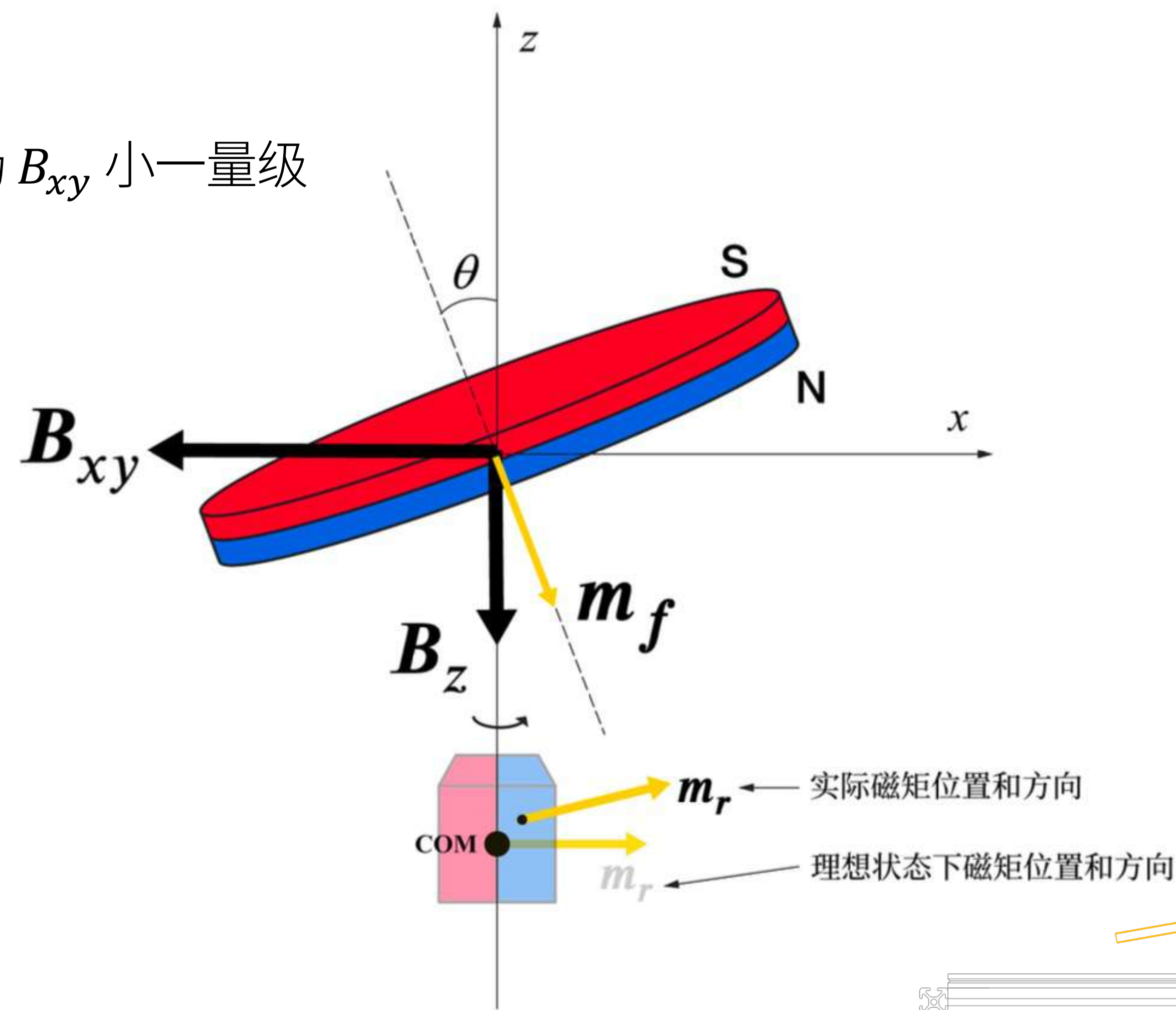
竖直方向磁场对力矩贡献

$$|\tau| = |\mathbf{m}_f \times \mathbf{B}_z| = m_f B_z \sin \theta$$

水平方向磁场对力矩贡献

$$|\tau| = |\mathbf{m}_f \times \mathbf{B}_{xy}| = m_f B_{xy} \cos \theta$$

竖直方向磁场对力矩贡献相较水平方向小
两个量级， B_z 忽略不计



理论分析 悬浮稳定性分析

Part 3.3

竖直方向磁场修正

竖直方向上存在较小磁场 B_z ，相较水平方向磁场 B_{xy} 小一量级

竖直方向磁场势能贡献

$$U_z = -\mathbf{m}_f \cdot \mathbf{B}_z = -m_f B_z \cos \theta$$

B_z 相较于 B_{xy} 小一量级

$\sin \theta$ 相较于 $\cos \theta$ 小一量级

水平方向磁场势能贡献

$$U_{xy} = -\mathbf{m}_f \cdot \mathbf{B}_{xy} = m_f B_{xy} \sin \theta$$

水平、竖直方向磁场对势能贡献处于同一量级， B_z 不能忽略



理论分析 悬浮稳定性分析

Part 3.3

有效势能提取

根据拉格朗日方程，有：

$$U_{eff}(z, \theta) = -\frac{I_r \omega_r^2 \sin^2 \theta}{2} + \overbrace{\frac{M \sin \theta}{z^3}}^{B_{xy} \text{ 势能贡献项}} - \overbrace{m_f B_z \cos \theta}^{B_z \text{ 势能贡献项}} + mgz$$

↓ 小角近似 ↓ 小角近似

$$U_{eff}(z, \theta) = -\frac{I_r \omega_r^2 \theta^2}{2} + \frac{M \theta}{z^3} - m_f B_z \left(1 - \frac{\theta^2}{2}\right) + mgz$$



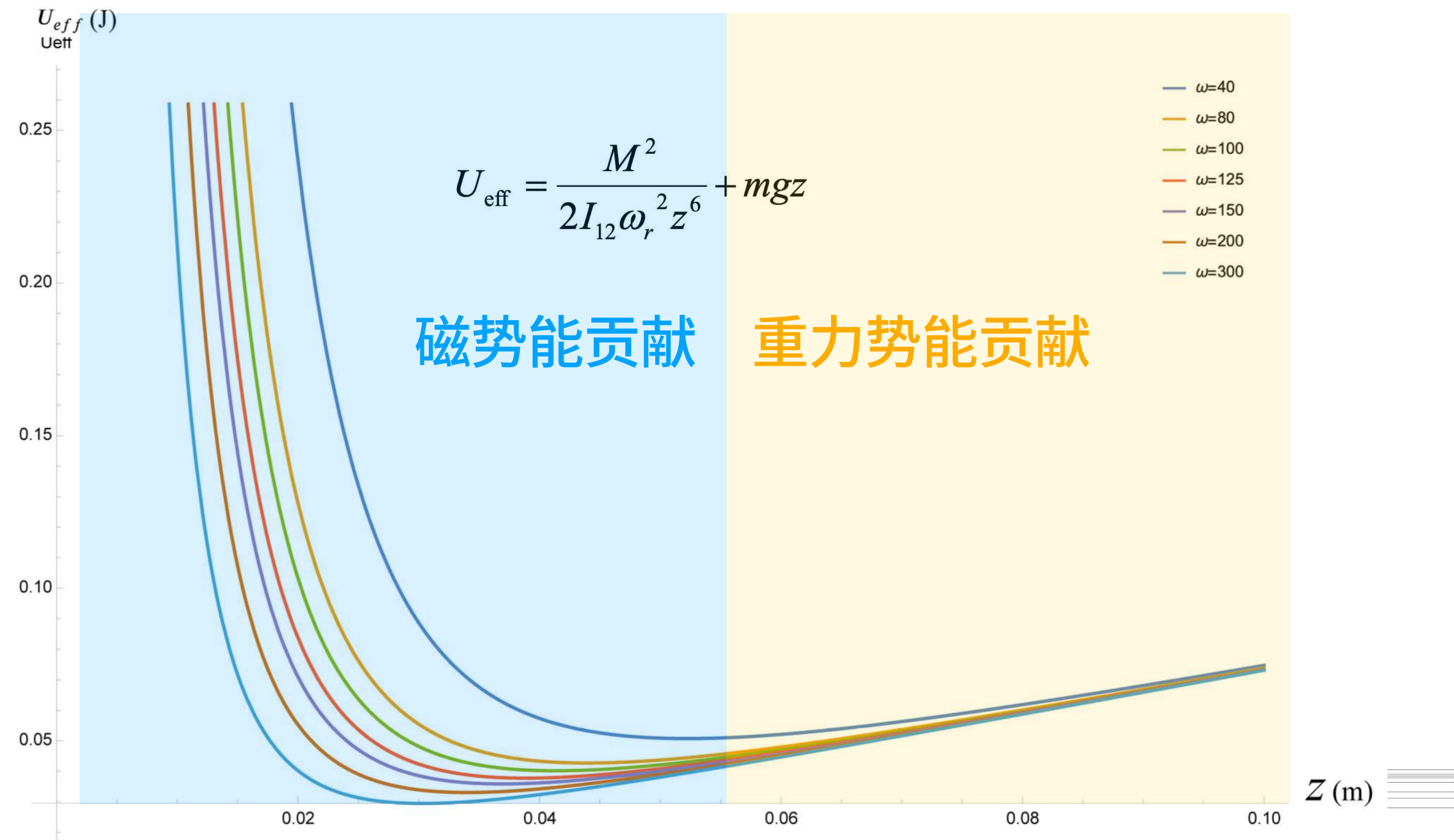
理论分析 悬浮稳定性分析

Part 3.3

悬浮高度有效势能

- 浮子磁铁存在一个稳定的悬浮高度。

$U_{eff}(z)$ 有效势能图



理论分析 悬浮稳定性分析

Part 3.3

章动角有效势能

$$U_{eff} = -\frac{I_r \omega_r^2 \theta^2}{2} + \frac{M\theta}{z^3} + \frac{\theta^2 m_f B_z}{2}$$

- 当转速较低时，势能图像呈现下凸状，存在稳定的章动角

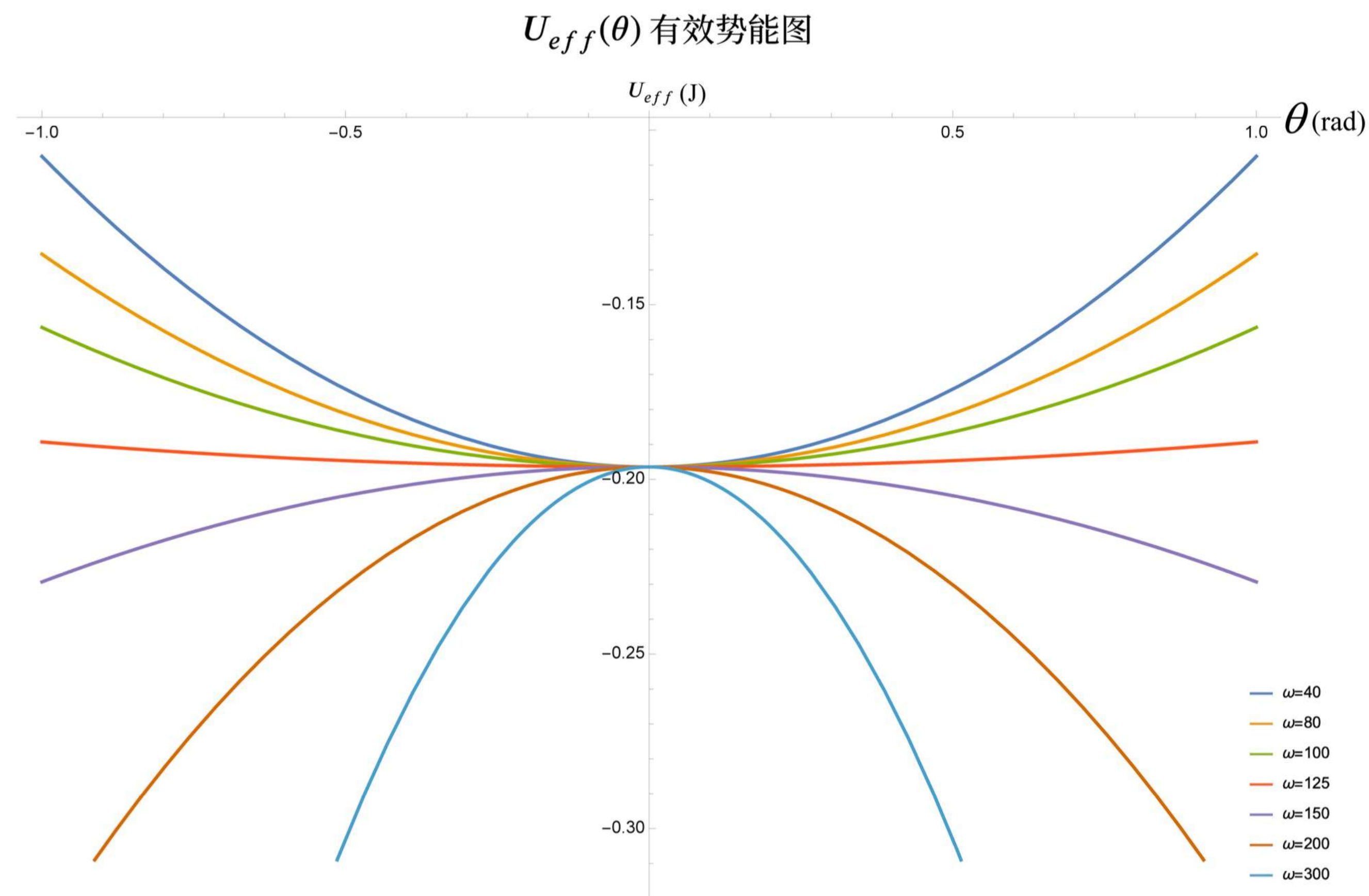


图 13 关于章动角 θ 势能图

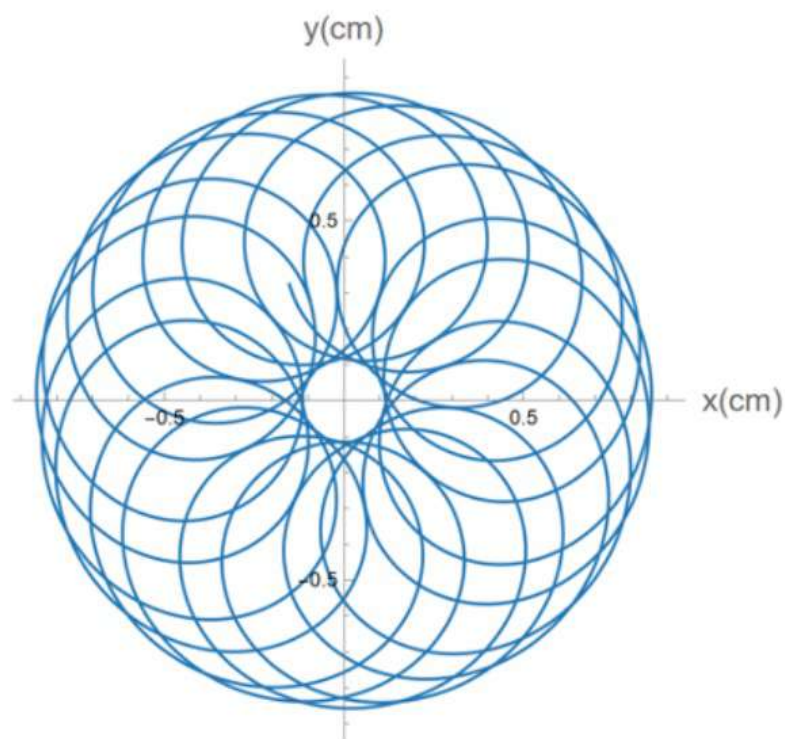
理论分析 总结

Part 3.3

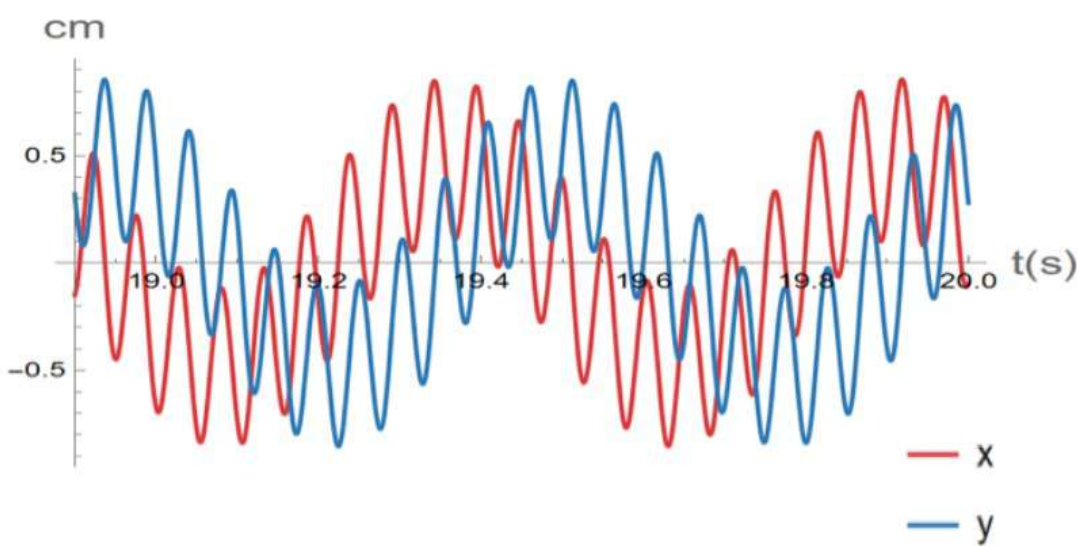
1. 给出了章动角 θ 、悬浮高度 z 关于转子转速的表达式。

$$z = \left[\frac{3M^2}{mgI_r\omega_r^2} \right]^{\frac{1}{7}} \quad \sin \theta = \left[\frac{Mm^2g^2}{27I_r^4\omega_r^8} \right]^{\frac{1}{7}}$$

2. 通过拉氏方程模拟轨迹并验证稳定性



(a) 理论模拟浮子质心在 $x - y$ 平面上的轨迹



(b) 理论模拟浮子质心位置随时间的变化

3. 通过势能分析解释了 θ 、 z 稳定的原因

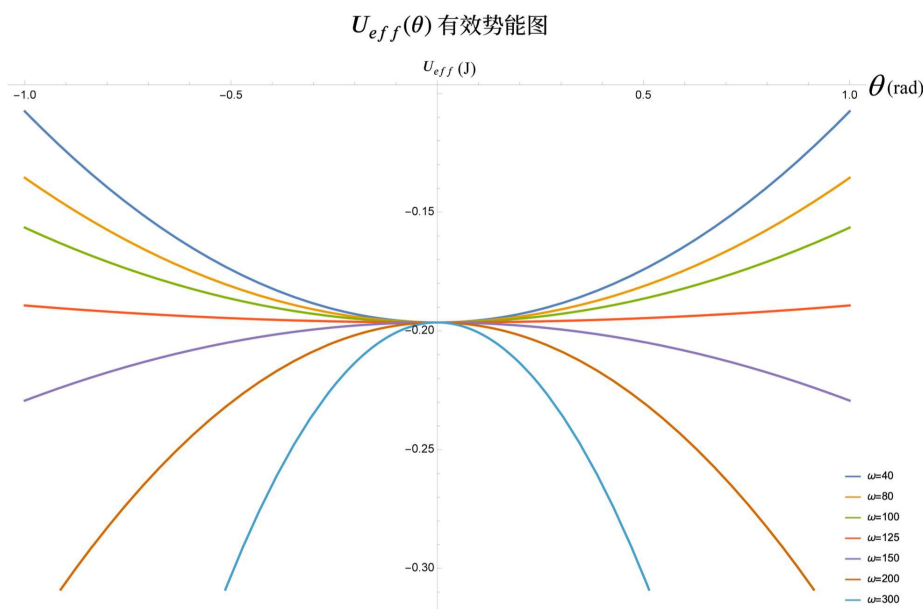
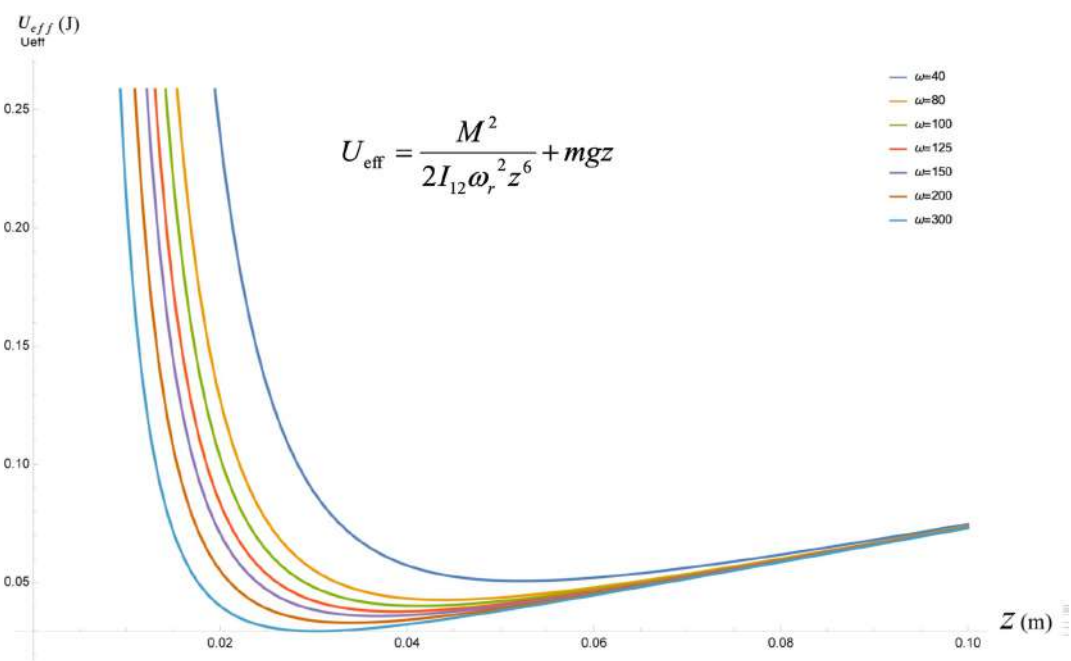
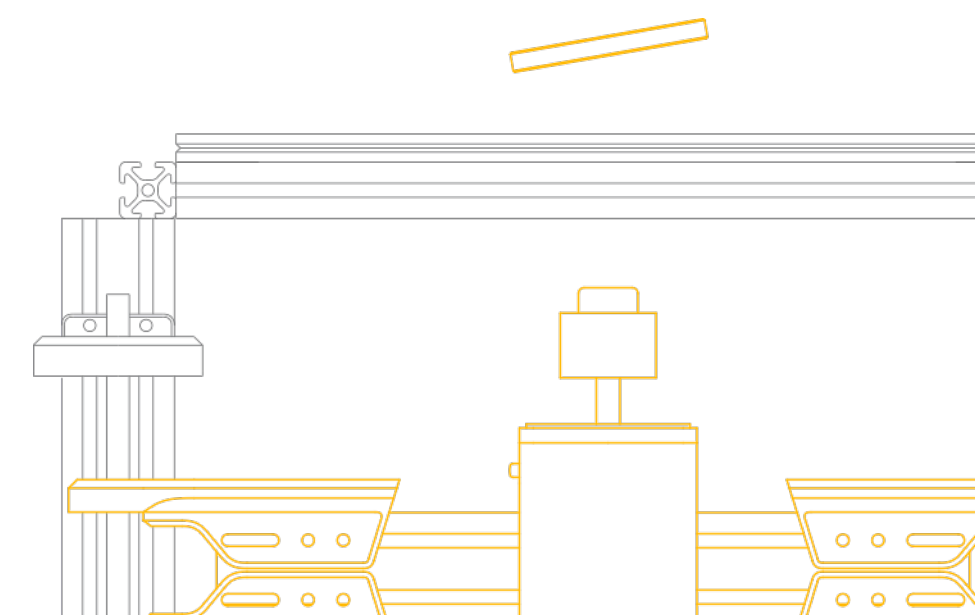


图 13 关于章动角 θ 势能图

二期实验设计和分析

Part 4



二期实验设计和分析

磁矩测定

无刷FOC闭环测控系统

悬浮高度菲涅尔透镜测验

章动角激光测验

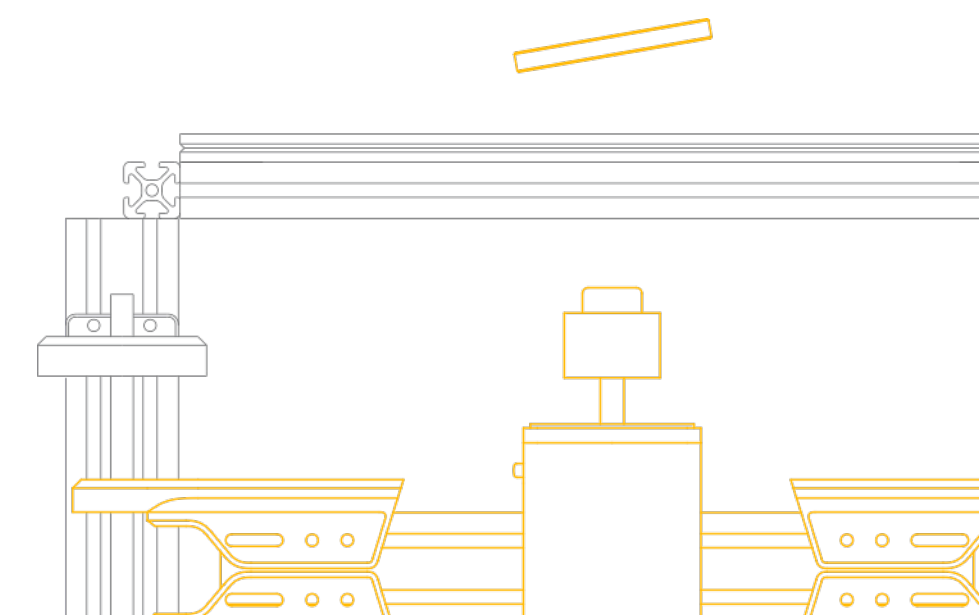
$x-y$ 平面运动追踪分析

涡流效应分析

目标

磁铁基本性质，为定量计算
打好基础

Part 4



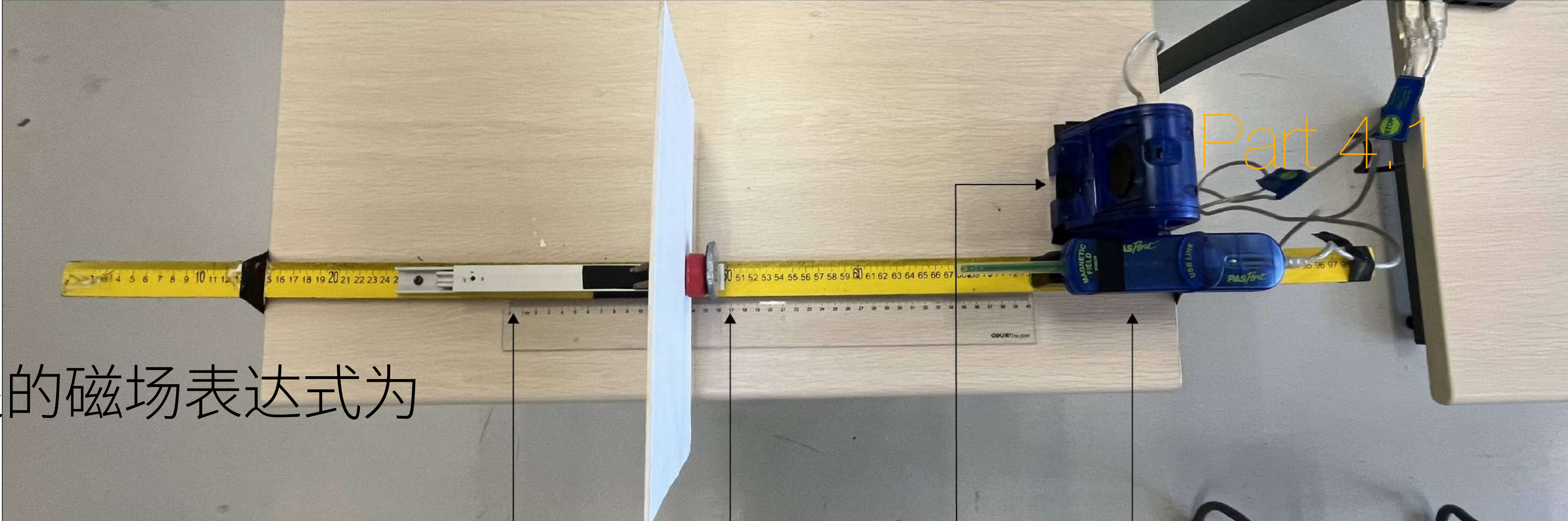
实验设计 磁矩测定

测量磁矩

距离磁偶极子中心距离为z处的磁场表达式为

$$B = \frac{\mu_0 m_r}{2\pi z^3}$$

$$\ln B = \ln \frac{\mu_0 m_r}{2\pi} - 3 \ln z$$

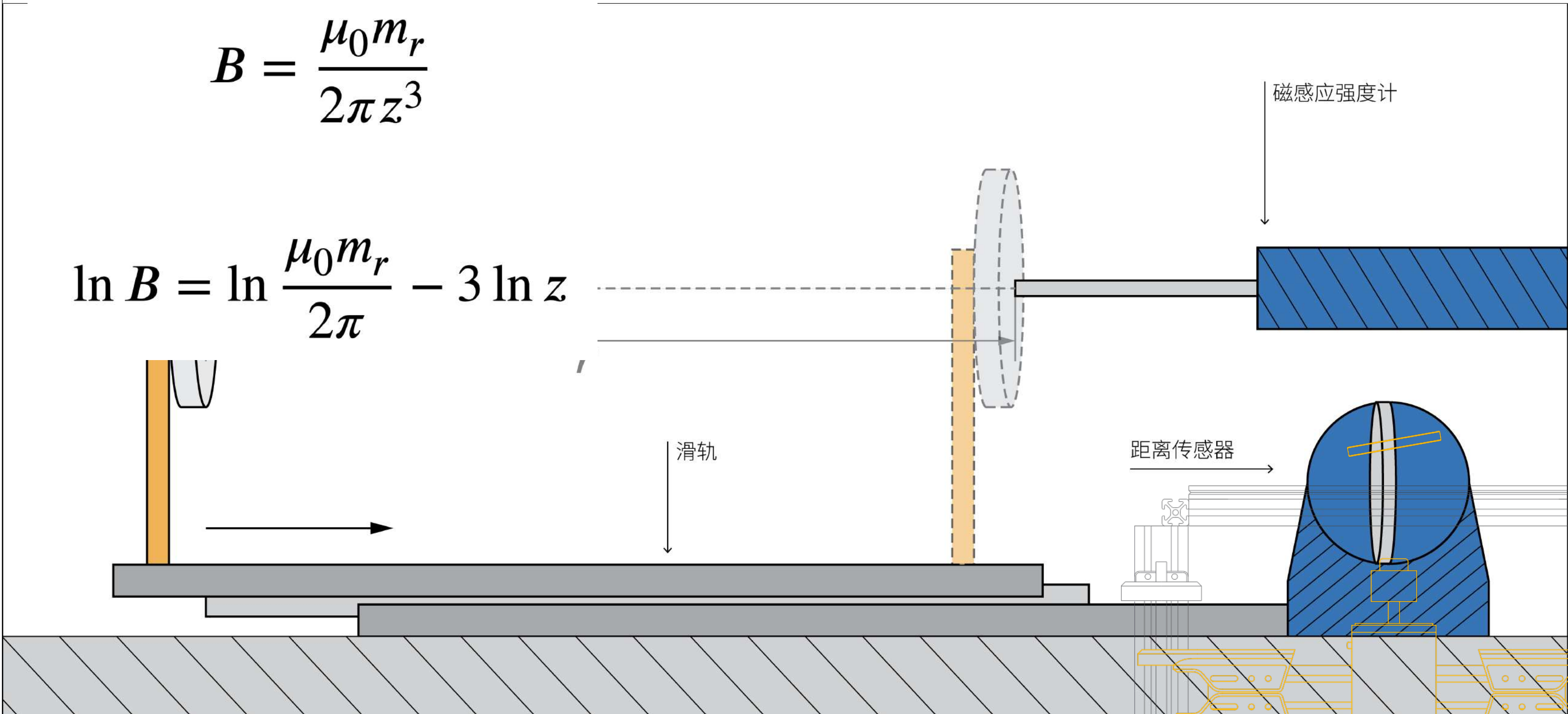


滑轨

待测磁铁

距离传感器

磁感应强度计



实验分析 磁矩测定

Part 4.1

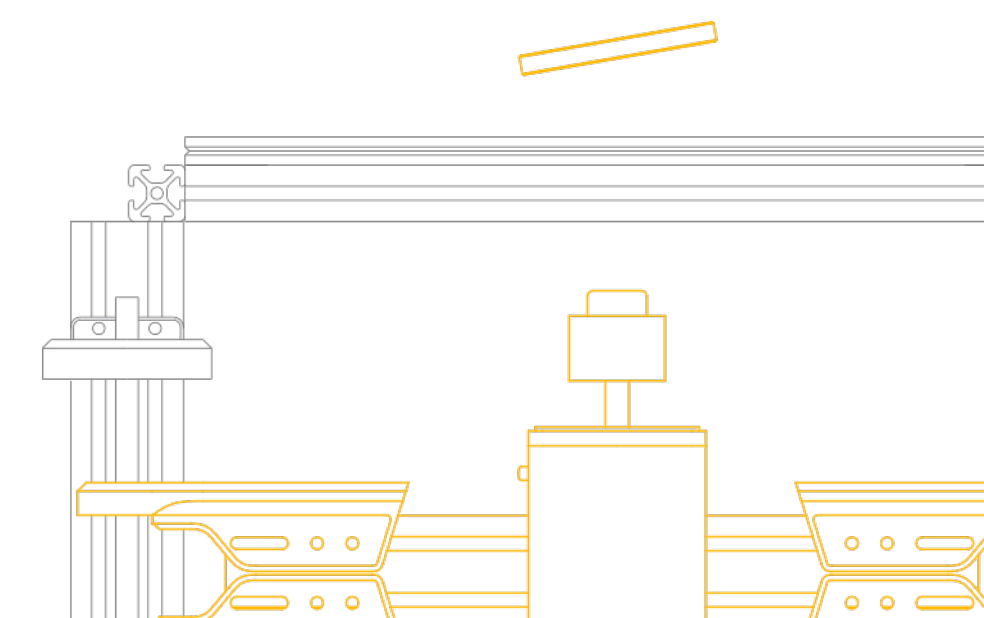
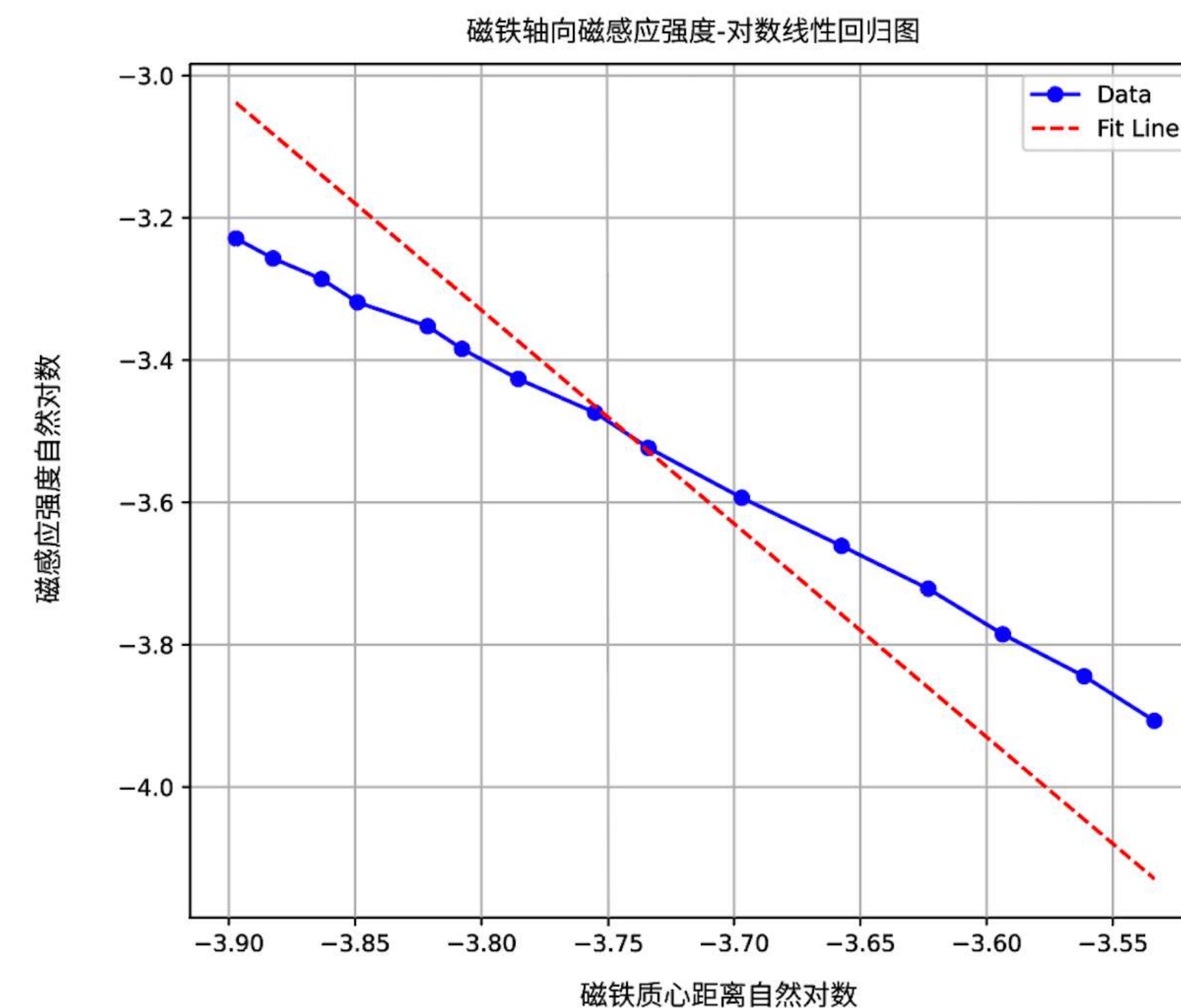
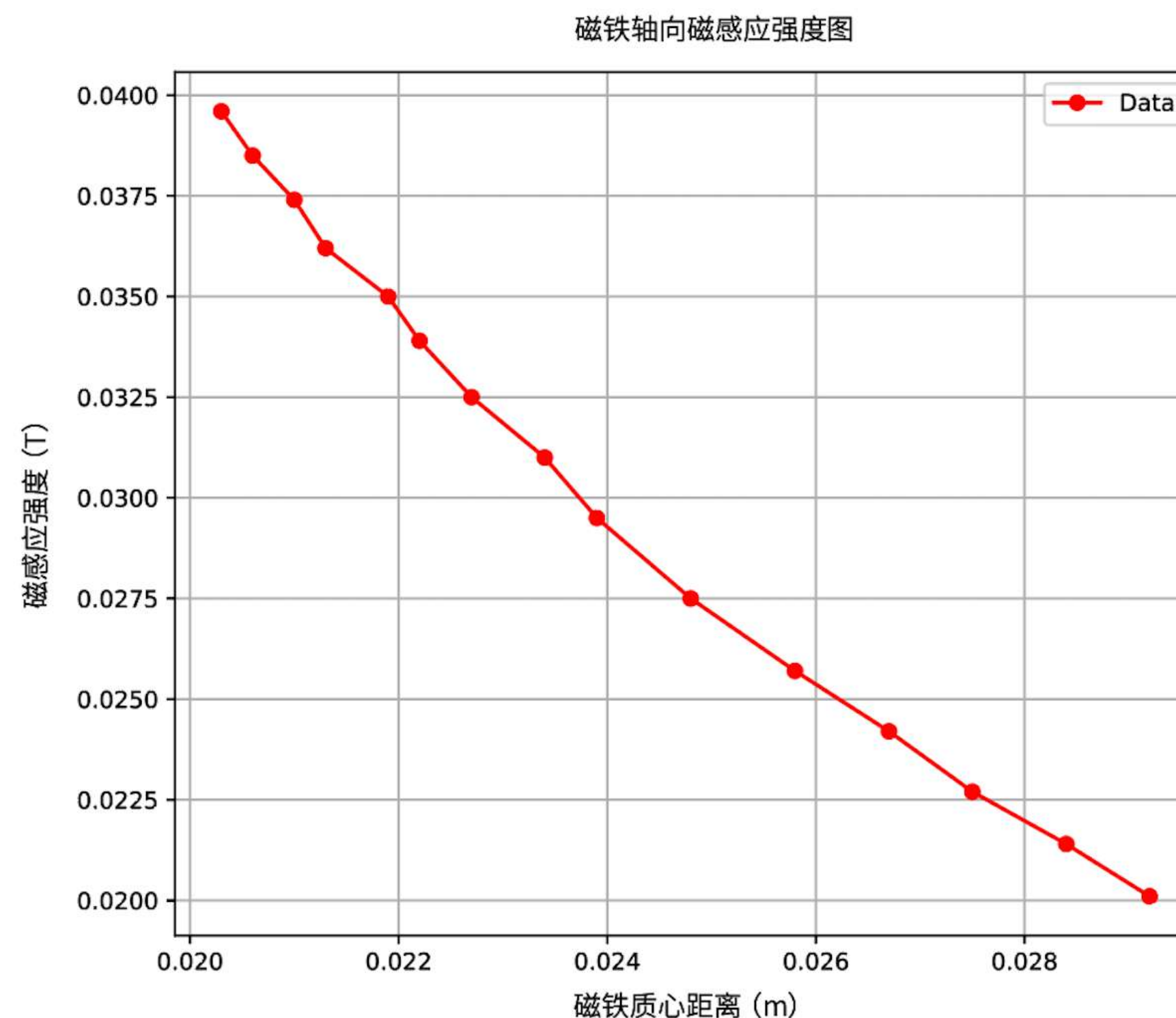
磁矩对数拟合

$$B = \frac{\mu_0 m_r}{2\pi z^3}$$

$$\ln B = \ln \frac{\mu_0 m_r}{2\pi} - 3 \ln z$$

提取线性回归的 Y 轴截距即可求得 m_r

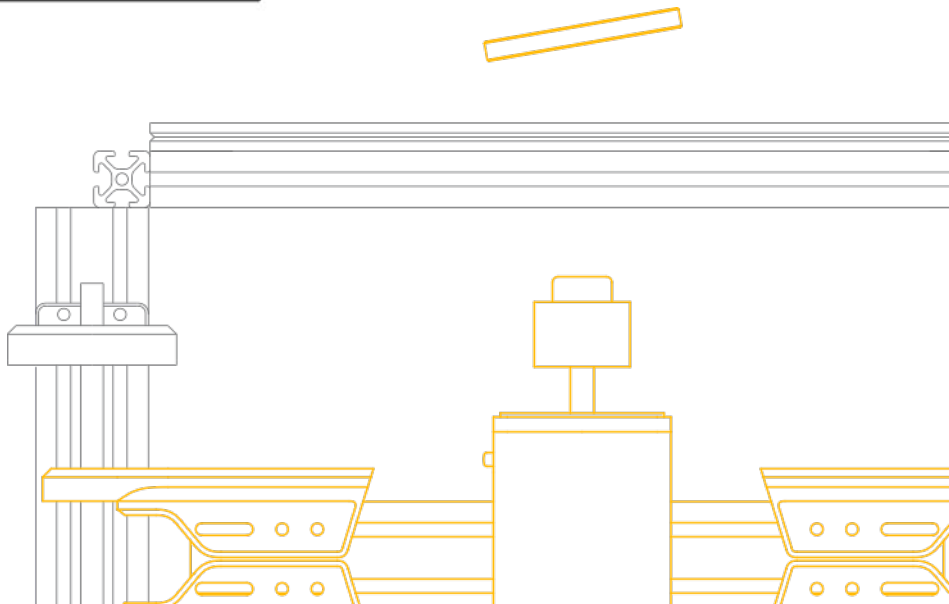
第40页



磁矩测定值

磁铁型号	测试组	径向磁矩 (A·m ²)	轴向磁矩 (A·m ²)	复合磁矩 (A·m ²)	复合磁矩 (A·m ²)
转子	1	3.8681	3.4282	3.6415	3.5941
	2	3.6075	3.5230	3.5650	
	3	3.7030	3.4529	3.5758	
浮子中	4	10.5119	2.0070	4.5932	4.6650
	5	10.3264	2.1939	4.7597	
	6	10.1756	2.1178	4.6422	
浮子大	7	16.9074	2.5945	6.6232	6.5474
	8	17.1126	2.6126	6.6864	
	9	15.5856	2.5731	6.3327	

*复合磁矩为轴径向磁矩的几何平均值



二期实验设计和分析

磁矩测定

无刷FOC闭环测控系统

悬浮高度菲涅尔透镜测验

章动角激光测验

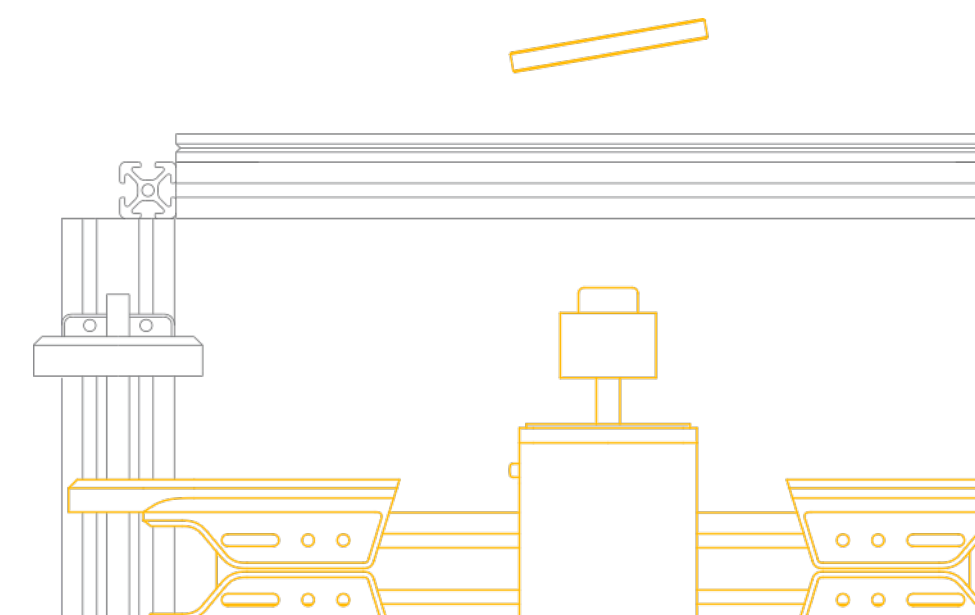
$x-y$ 平面运动追踪分析

涡流效应分析

目标

制作可稳定控制转子转速的
实验平台

Part 4.2

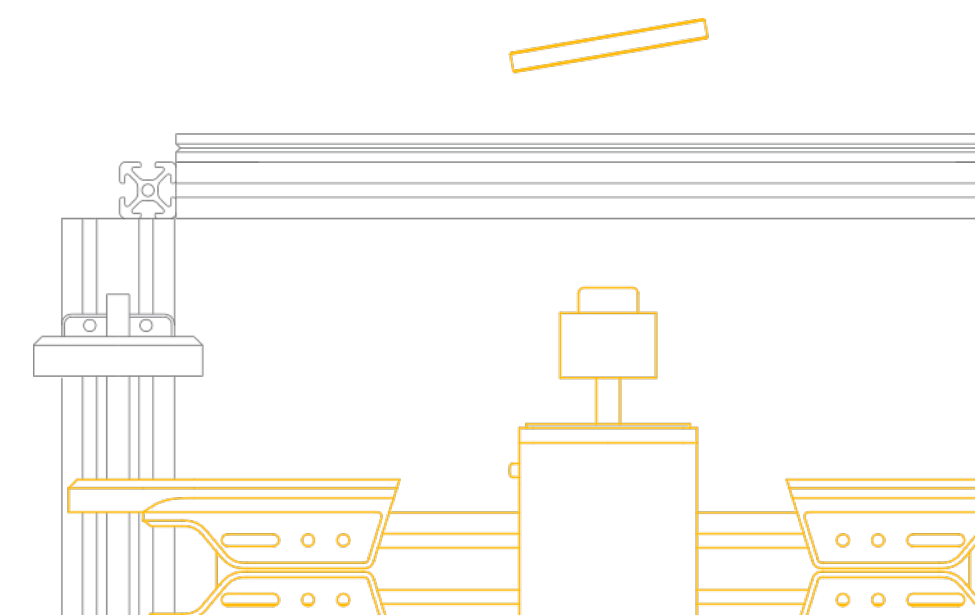


一期实验传统直流电机系统的局限

- 负载动态变化时转速不稳定
- 无法实时得知电机转速，须视频分析
- 无法指定转速

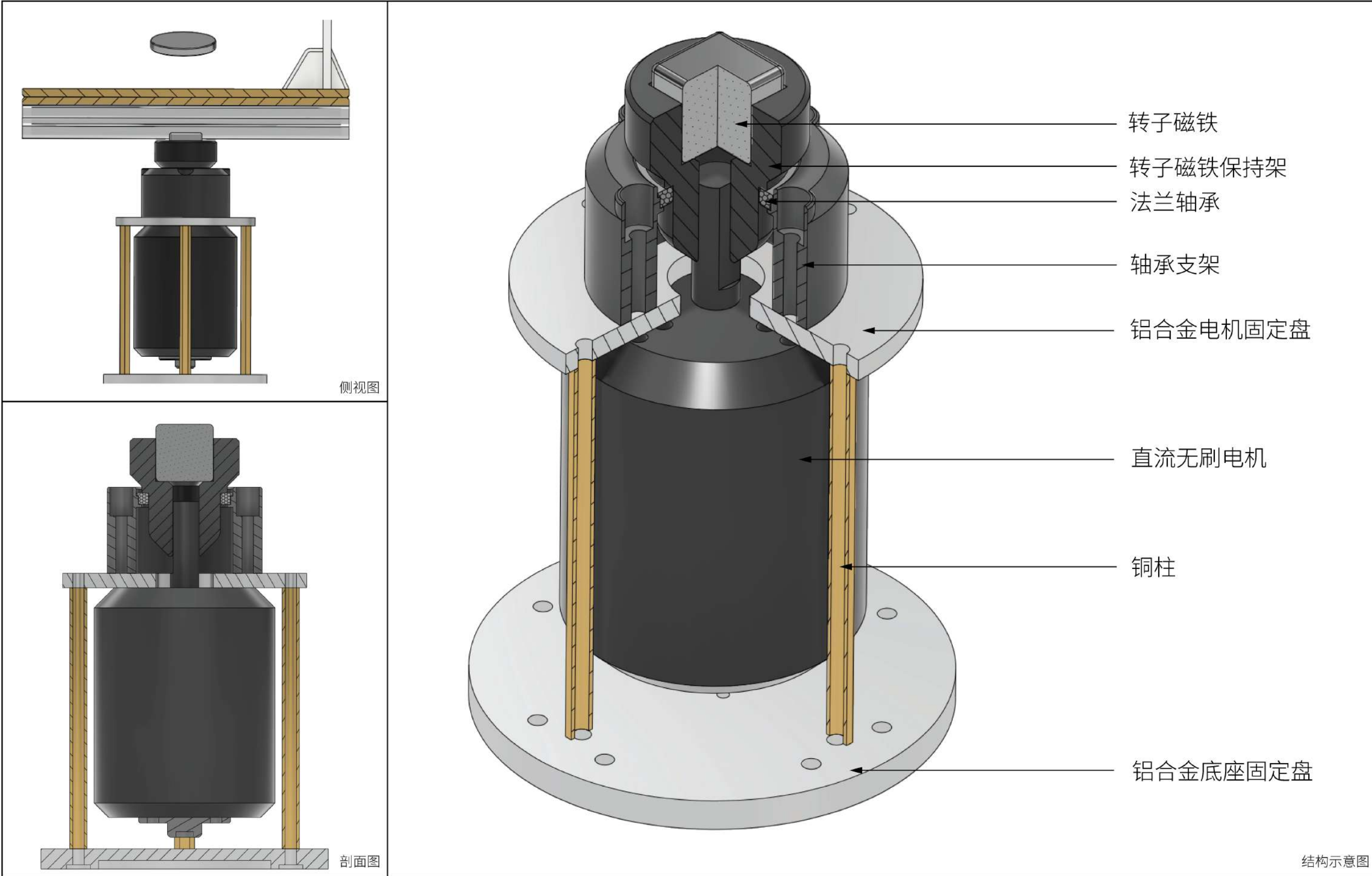
无刷FOC (磁场导向控制) 的优势

- 可稳定控制转速
- 可实时读取角速度和角位置
- 可通过编程指定转速



实验设计 无刷FOC闭环测控系统

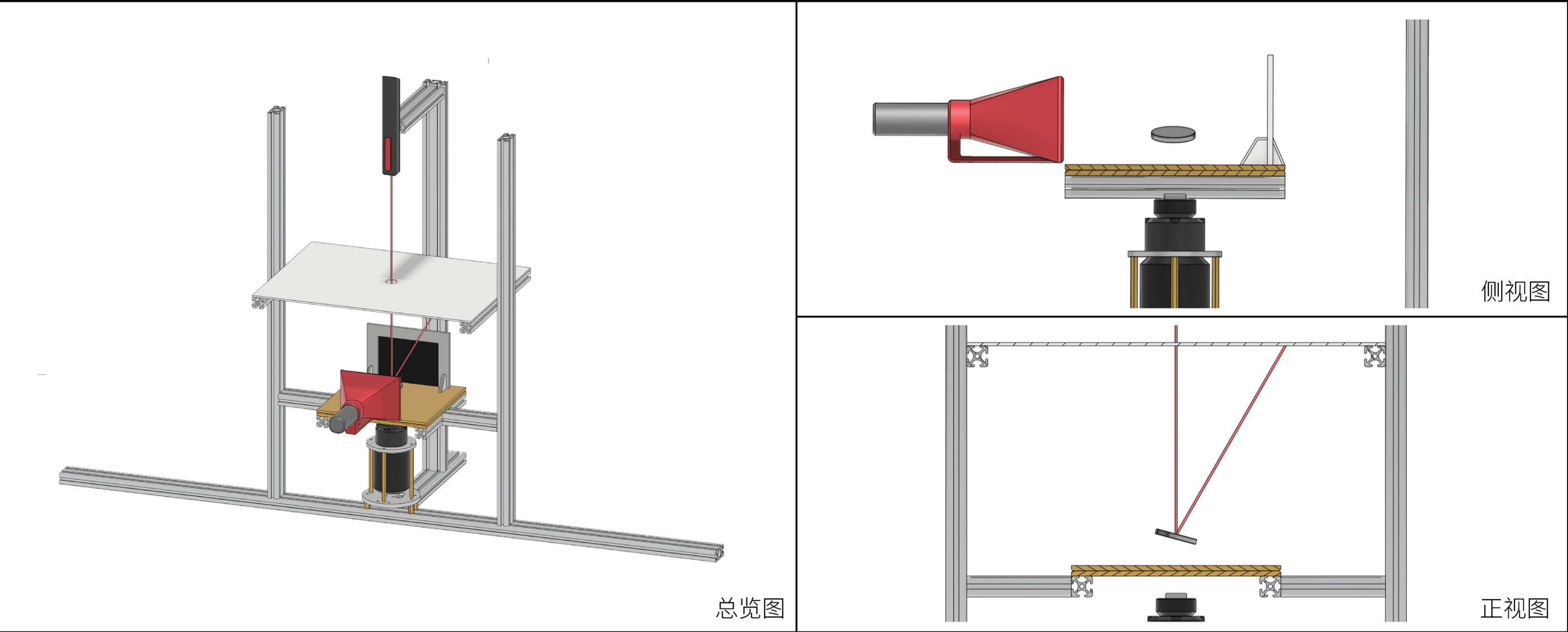
实验平台搭建



实验设计 无刷FOC闭环测控系统

Part 4.2

实验平台搭建



二期实验设计和分析

磁矩测定

无刷FOC闭环测控系统

悬浮高度菲涅尔透镜测验

章动角激光测验

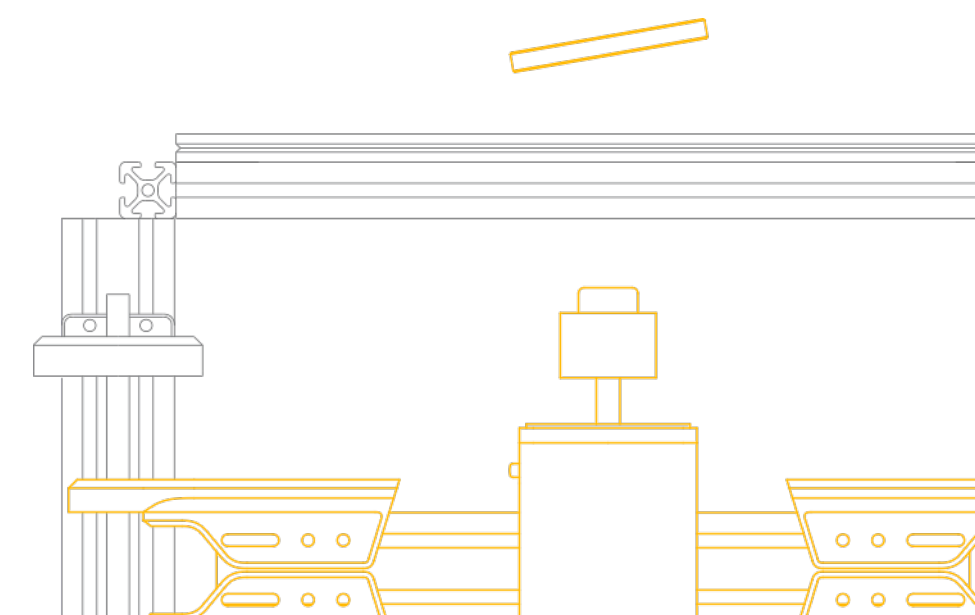
$x-y$ 平面运动追踪分析

涡流效应分析

目标

验证理论建模中 $z-\omega$ 幂次关系

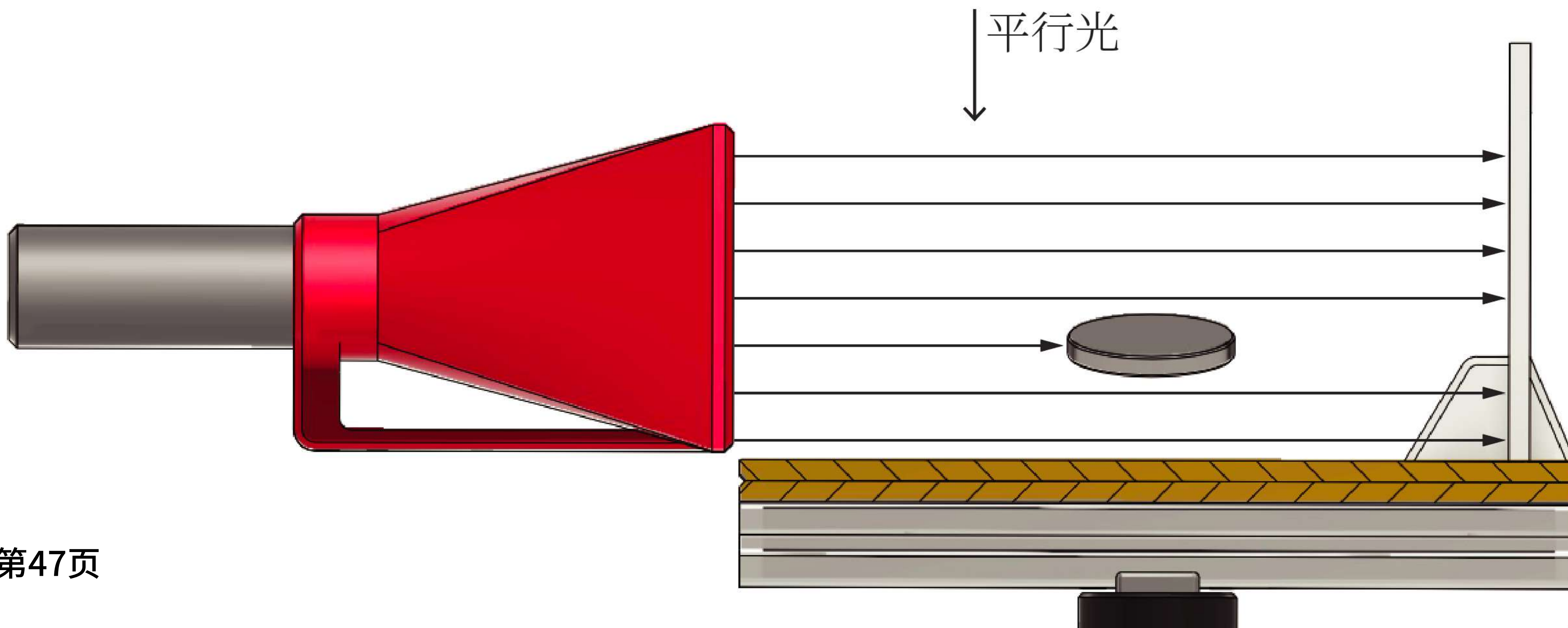
Part 4.3



视频分析误差过大

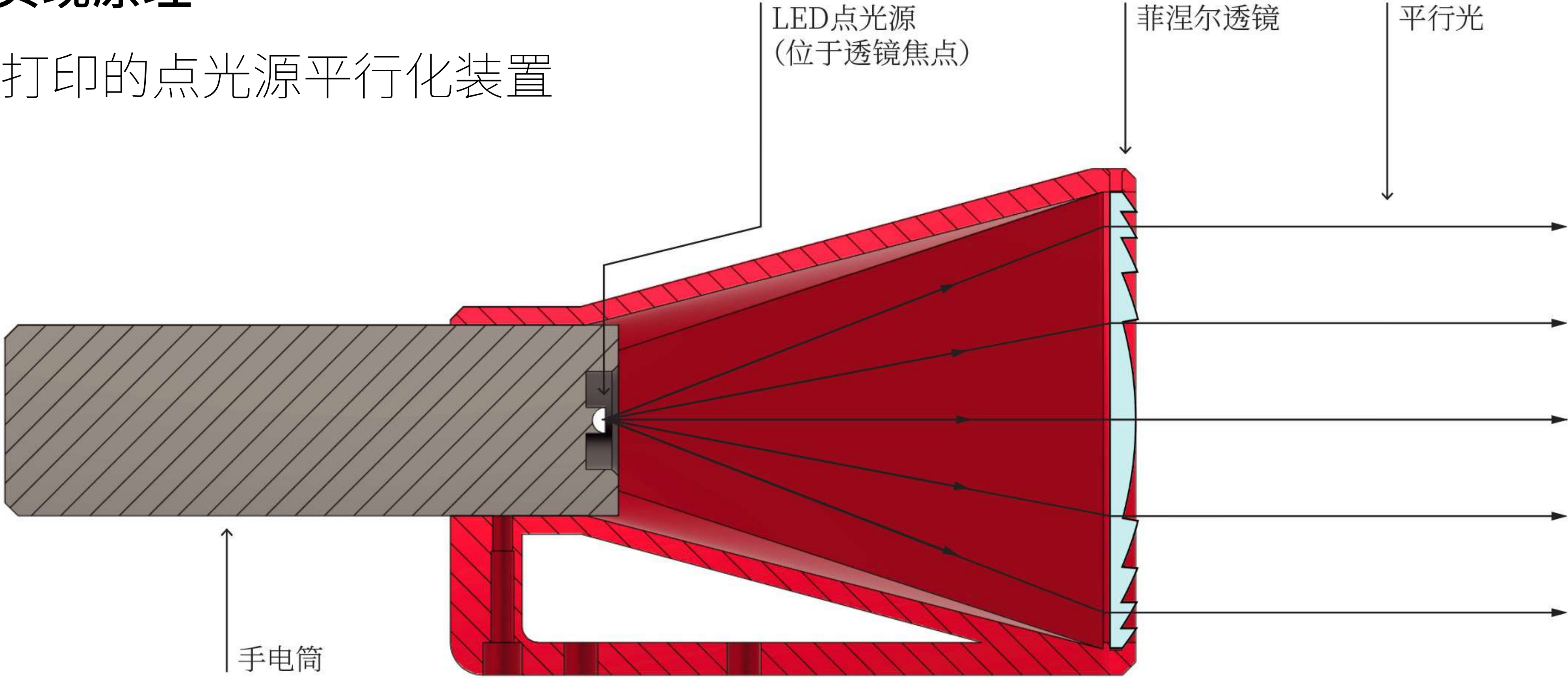


通过平行光映射高度



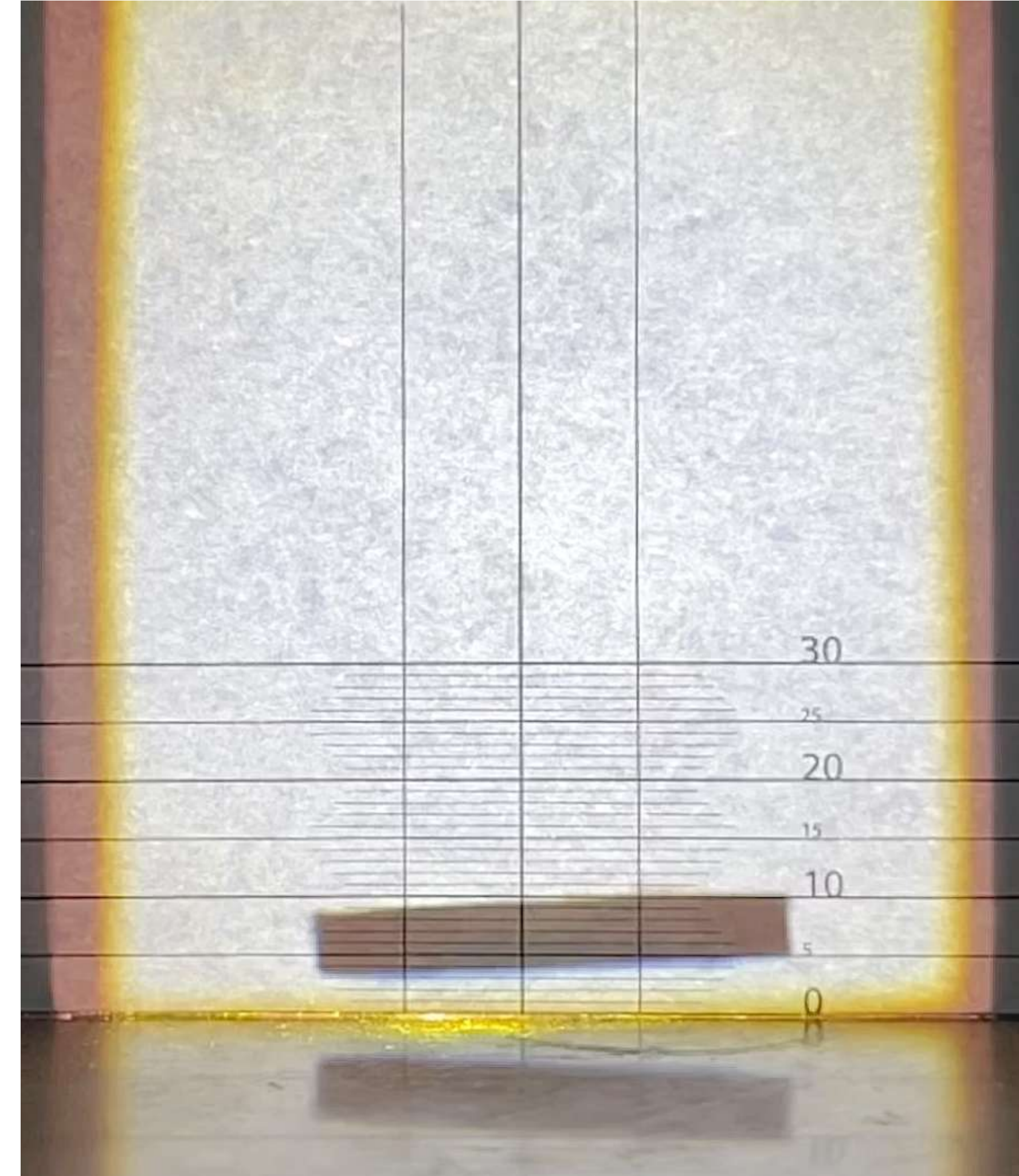
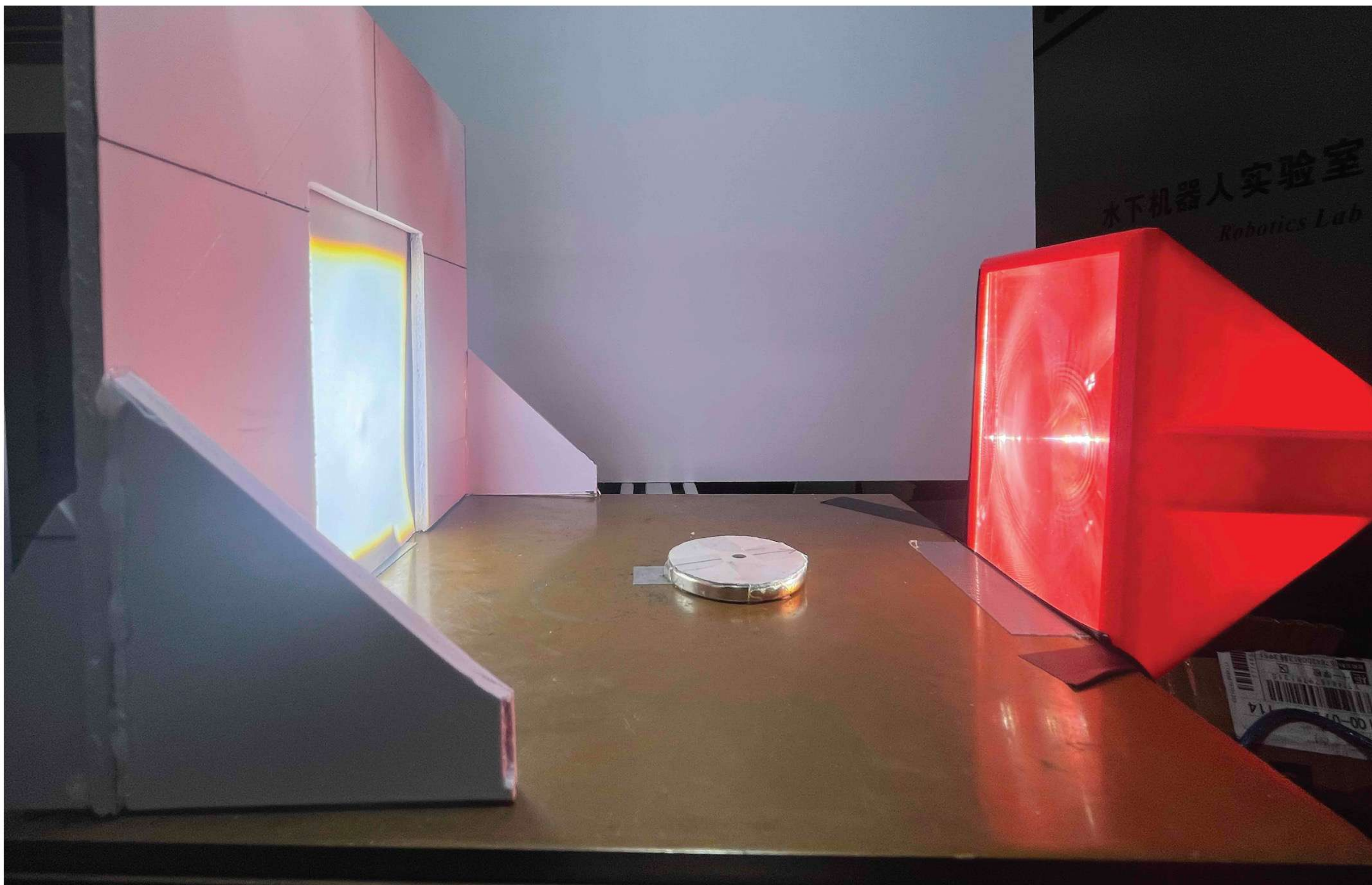
平行光实现原理

基于3D打印的点光源平行化装置



实验设计 悬浮高度菲涅尔透镜测验

Part 4.3



实验分析 悬浮高度菲涅尔透镜测验

幂次关系验证

理论值

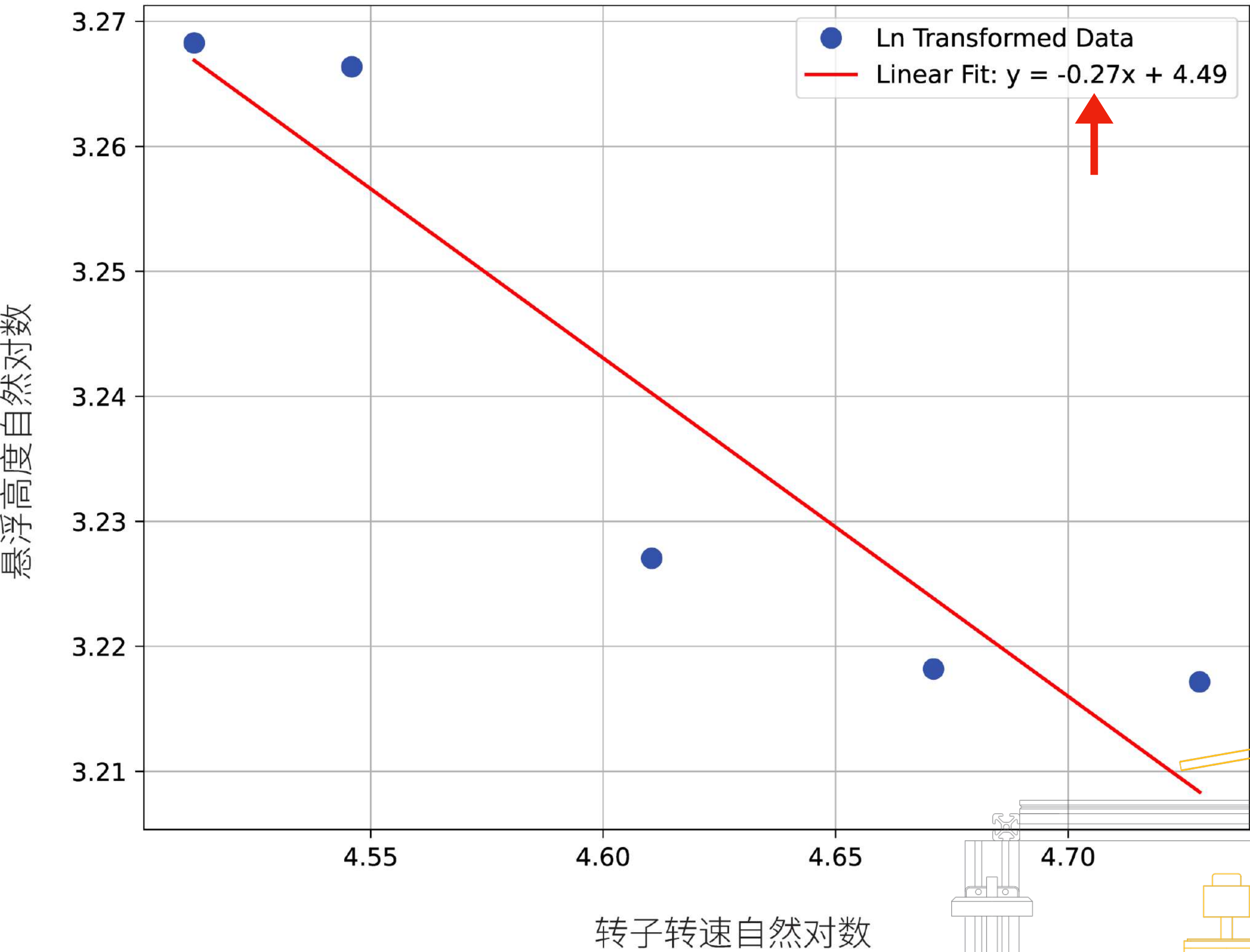
$$z = \left[\frac{3M^2}{mgI_r\omega_r^2} \right]^{\frac{1}{7}}$$

理论为 -0.285 次幂，拟合值为-0.27 次幂

浮子的悬浮高度随转子转速降低而升高，有效地验证了理论模型

实验值

转子转速-悬浮高度 对数线性回归 (大号浮子)



二期实验设计和分析

磁矩测定

无刷FOC闭环测控系统

悬浮高度菲涅尔透镜测验

章动角激光测验

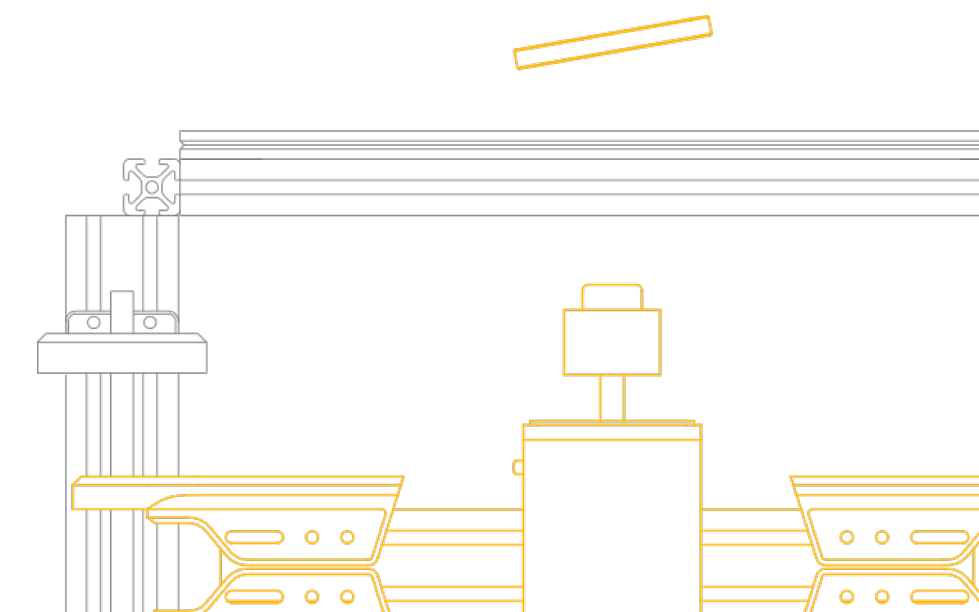
$x-y$ 平面运动追踪分析

涡流效应分析

目标

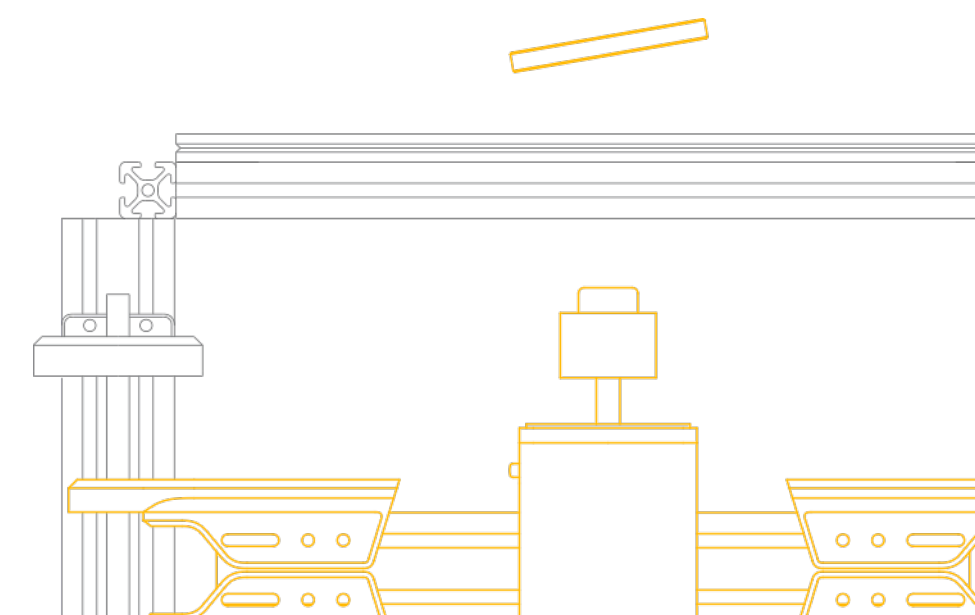
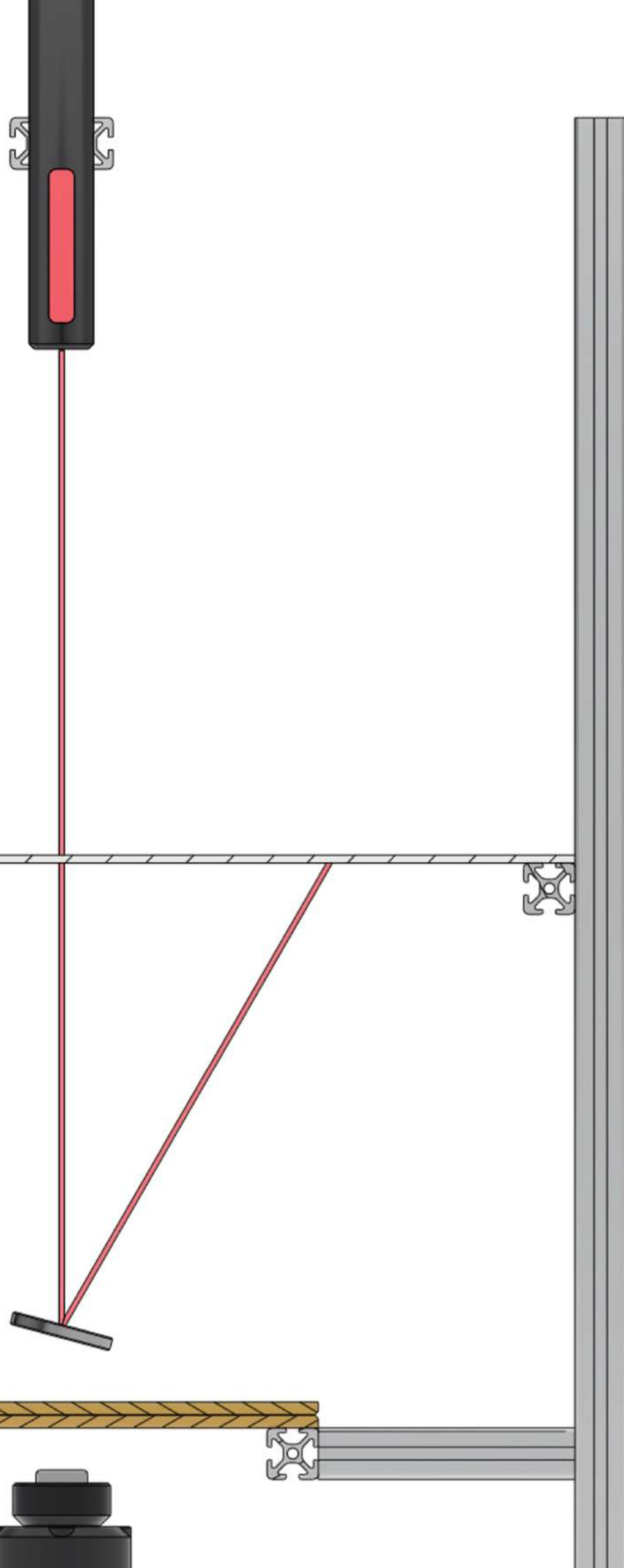
验证理论建模中 $\theta - \omega$ 幂次关系

Part 4.4



实验原理

Part 4.4



实验设计 章动角激光测验

实验装置

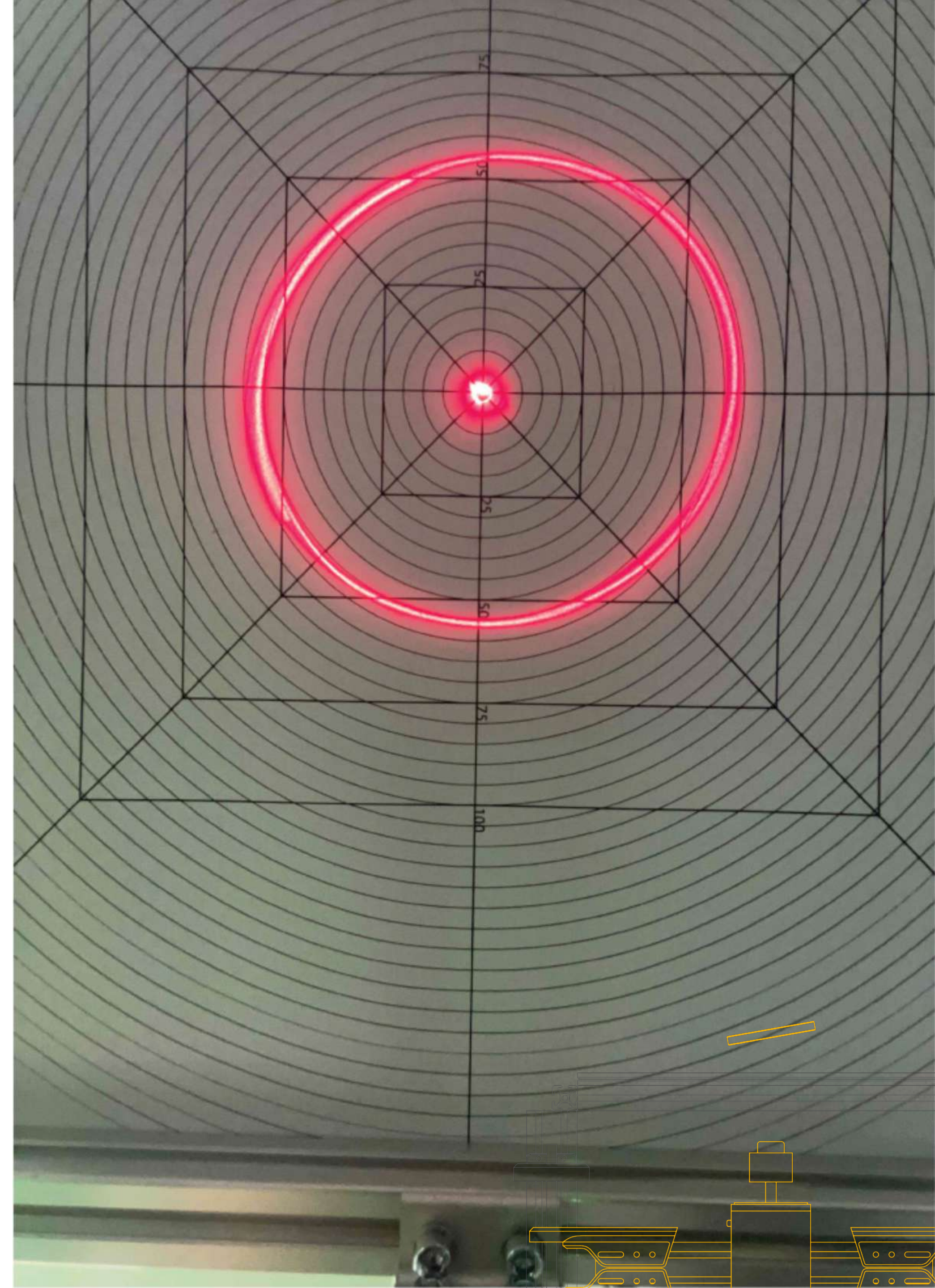
- 激光发射器、投影板、磁悬浮系统由上到下固定在多功能机架上。



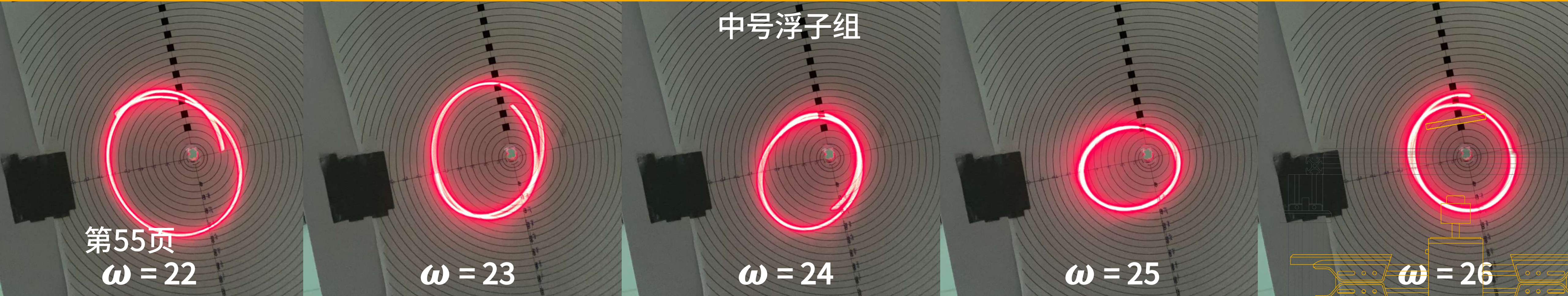
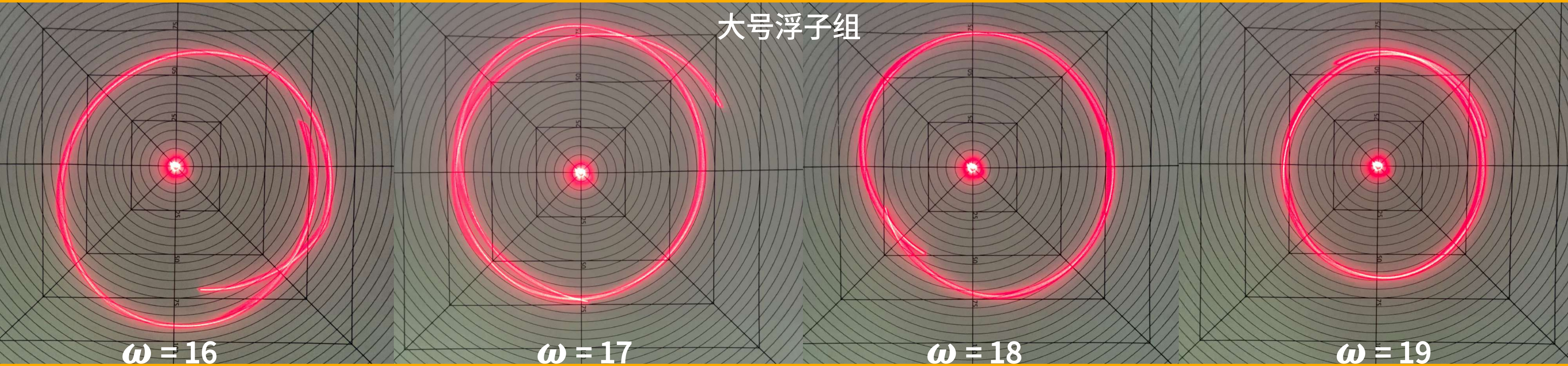
实验设计 章动角激光测验

实验操作

- 利用长曝光摄像记录光斑轨迹



实验结果



实验分析 章动角激光测验

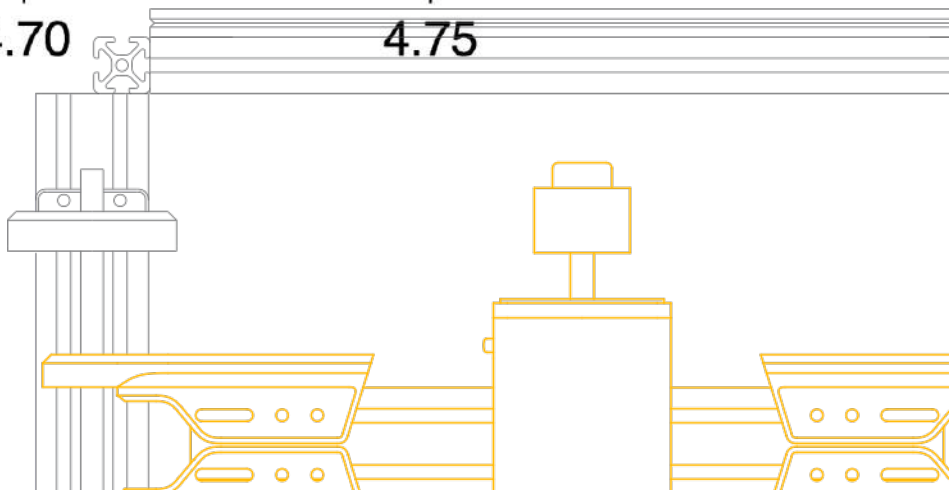
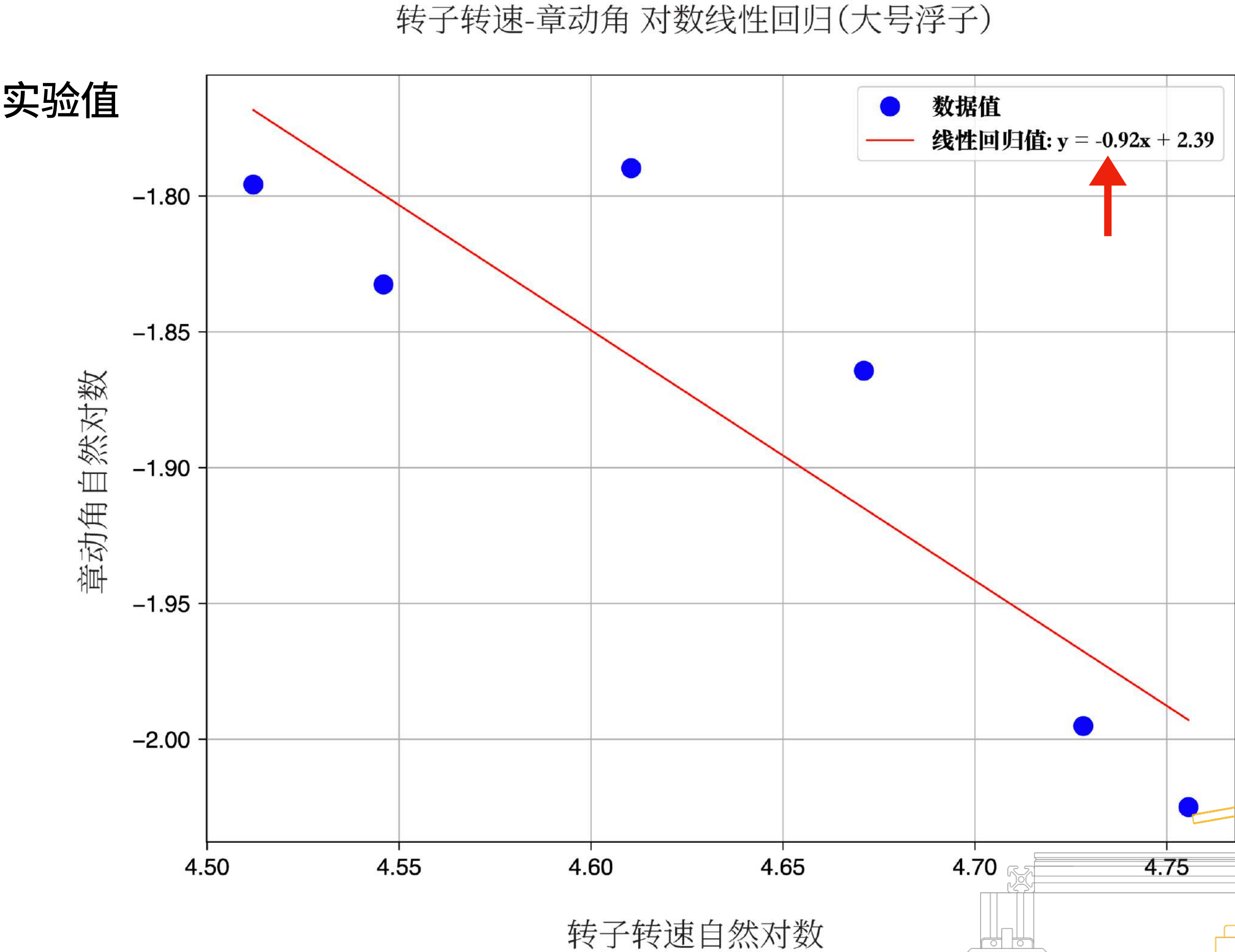
幂次关系验证

理论值

$$\sin \theta = \left[\frac{M m^2 g^2}{27 I_r^4 \omega_r^8} \right]^{\frac{1}{7}}$$

理论为 -1.143 次幂，拟合值为-0.92 次幂

浮子的章动角随转子转速降低而增大，有效地验证了理论模型



磁矩测定
二期实验设计和分析

无刷FOC闭环测控系统
悬浮高度菲涅尔透镜测验

章动角激光测验

$x-y$ 平面运动追踪分析

涡流效应分析

目标

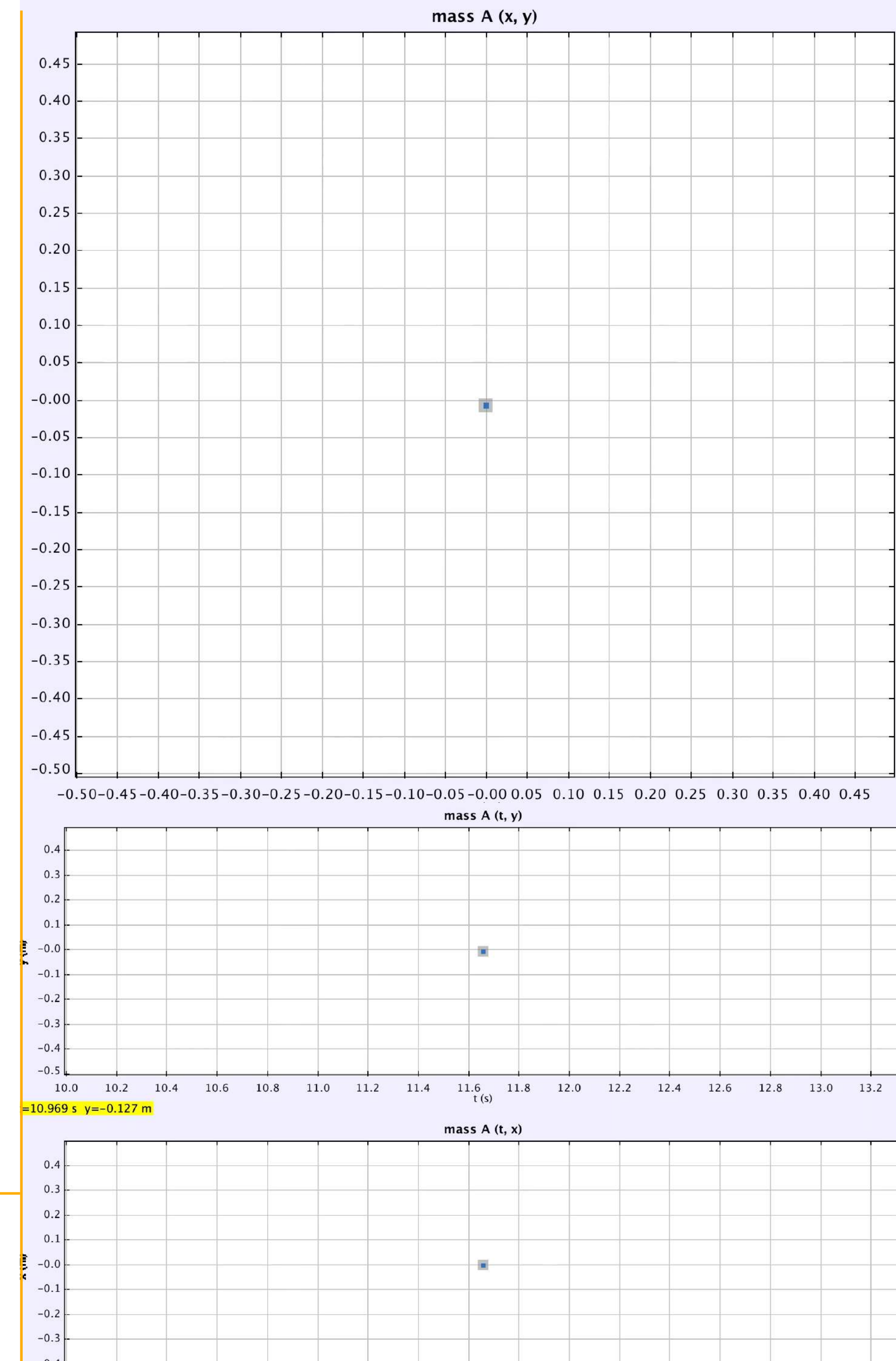
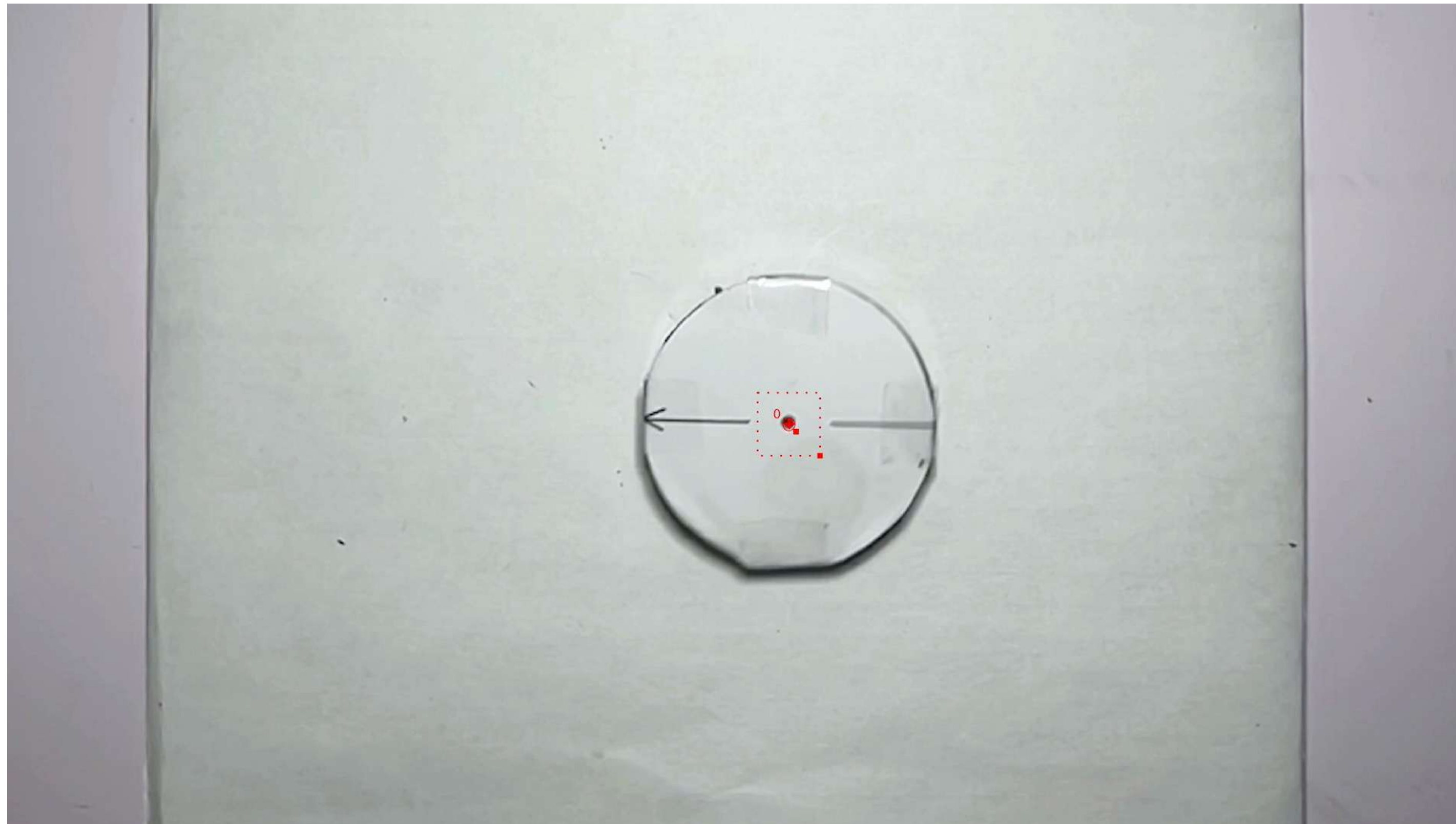
验证拉格朗日方程轨迹模拟

Part 4.5



实验分析 $x-y$ 平面运动追踪分析

Tracker 追踪

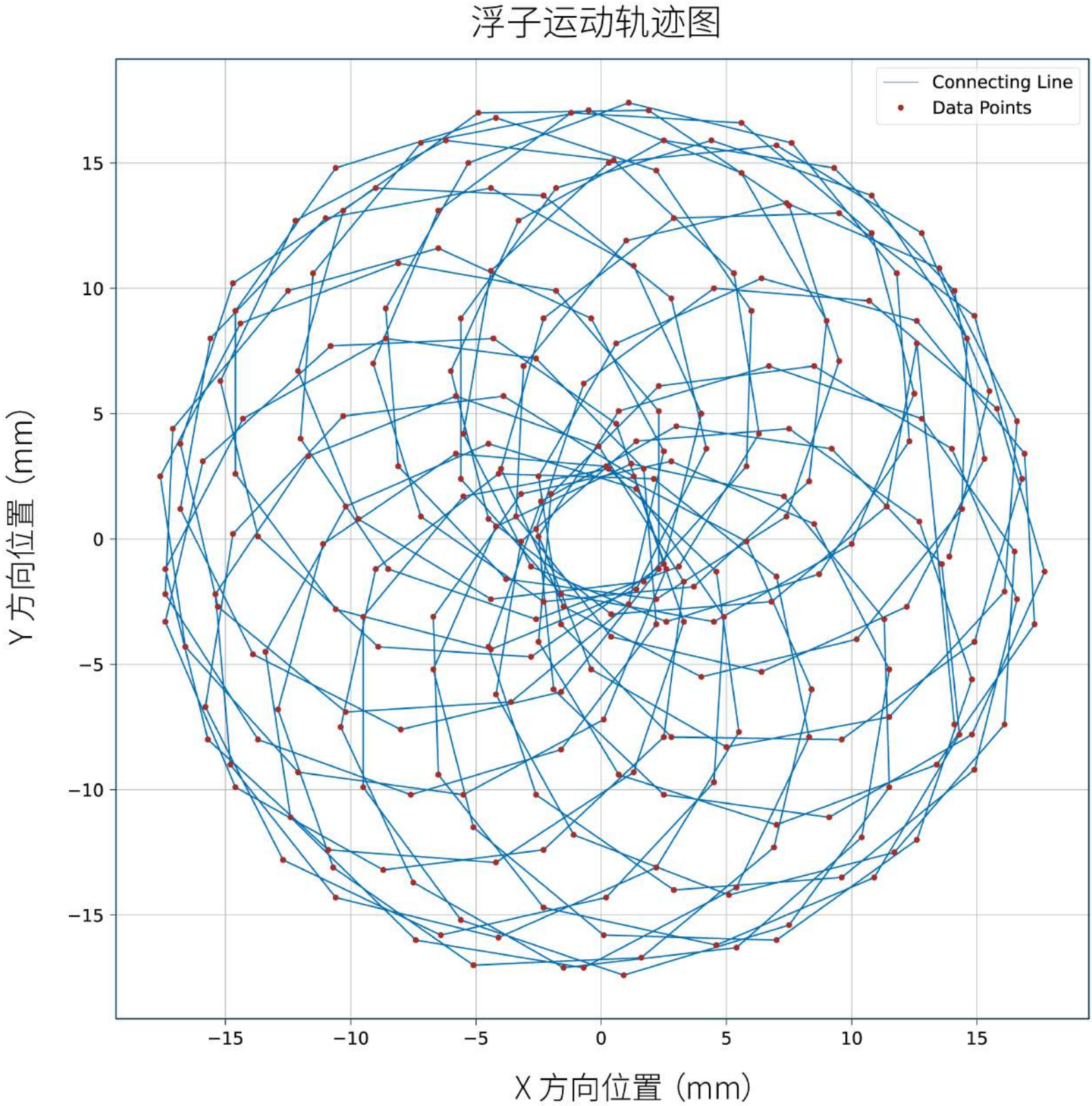


实验分析 水平面运动追踪分析

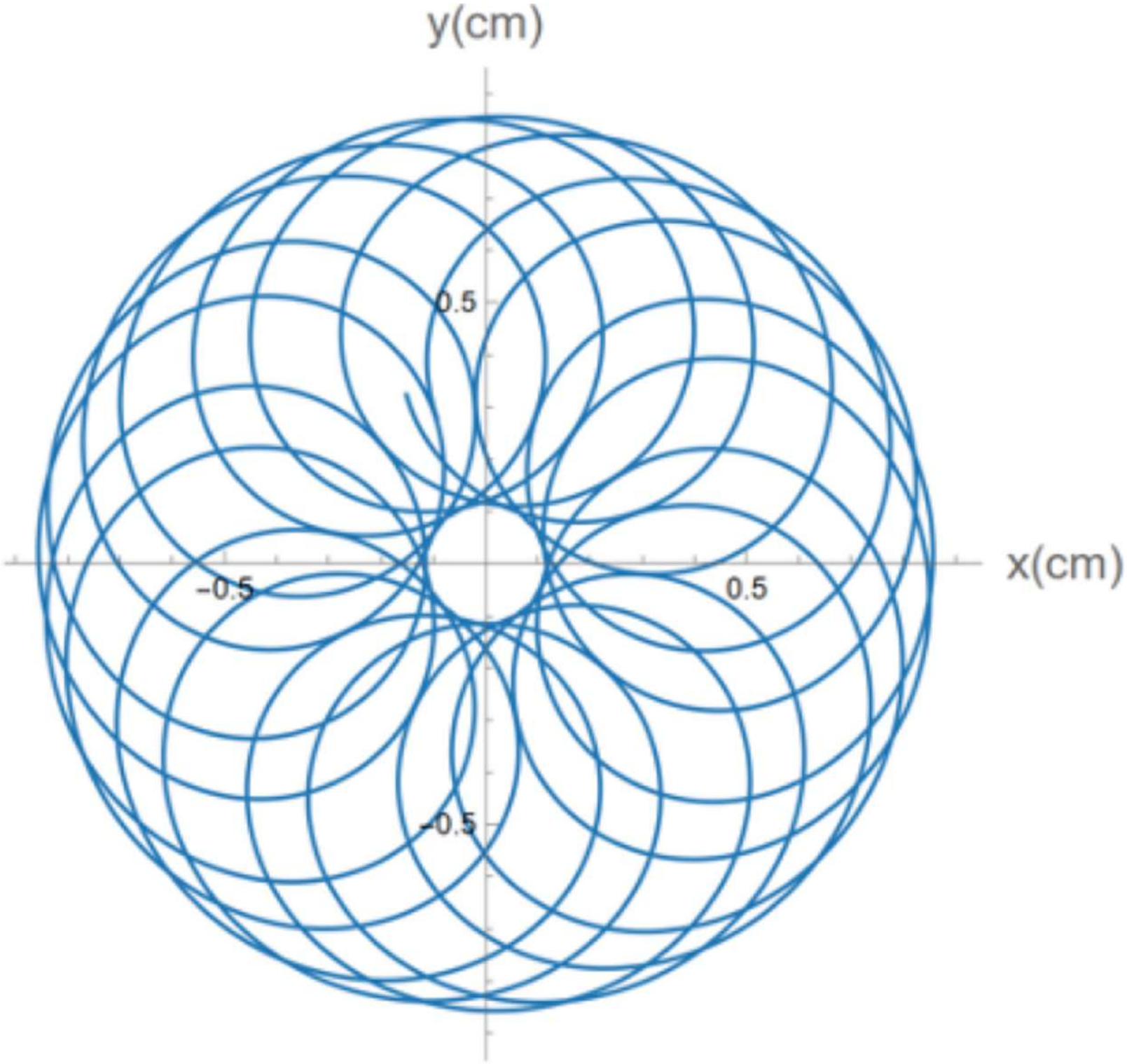
Part 4.5

数值模拟对比 - 理论模型验证

浮子轨迹呈现类螺旋运动，
与理论模型给出的轨迹吻合



(a) 浮子 $x - y$ 平面运动轨迹



(b) 理论模拟浮子 $x - y$ 平面运动轨迹



磁矩测定

无刷FOC闭环测控系统

二期实验设计和分析

悬浮高度非涅尔透镜测验

章动角激光测验

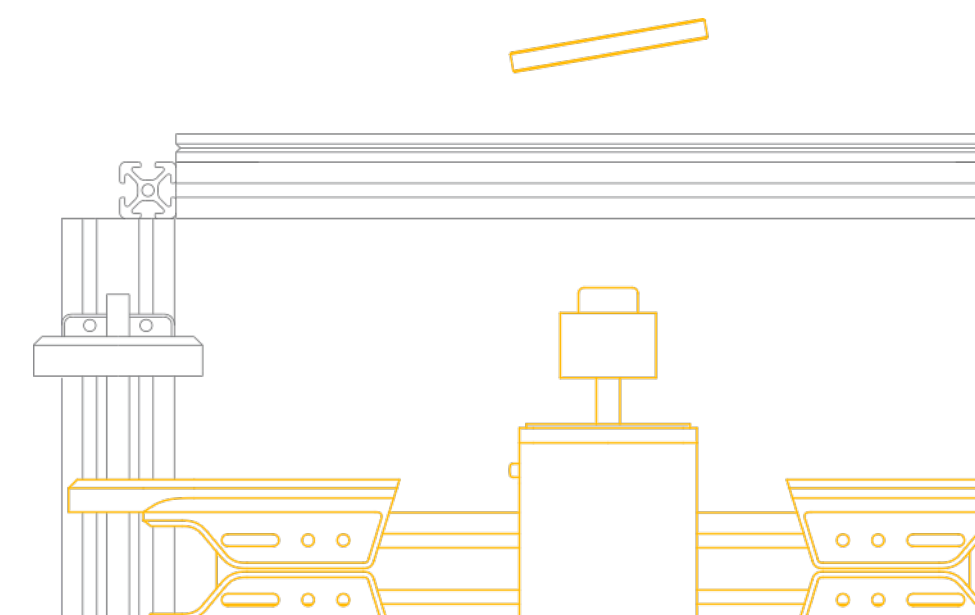
水平面运动追踪分析

涡流效应分析

目标

定性分析阻尼效应对磁铁稳定悬浮的贡献，验证拉格朗日方程中的阻尼项。

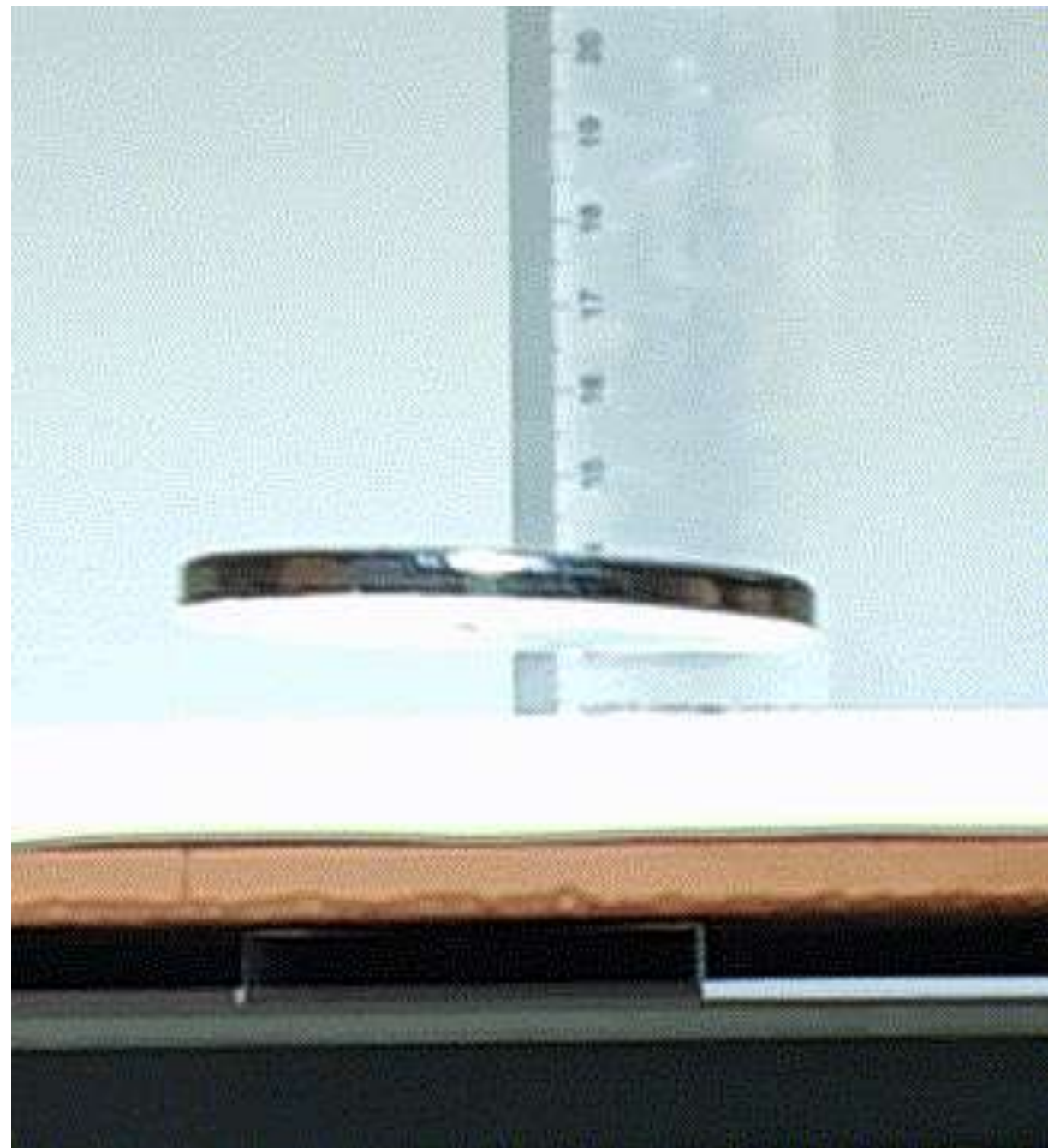
Part 4.6



实验设计 涡流效应分析

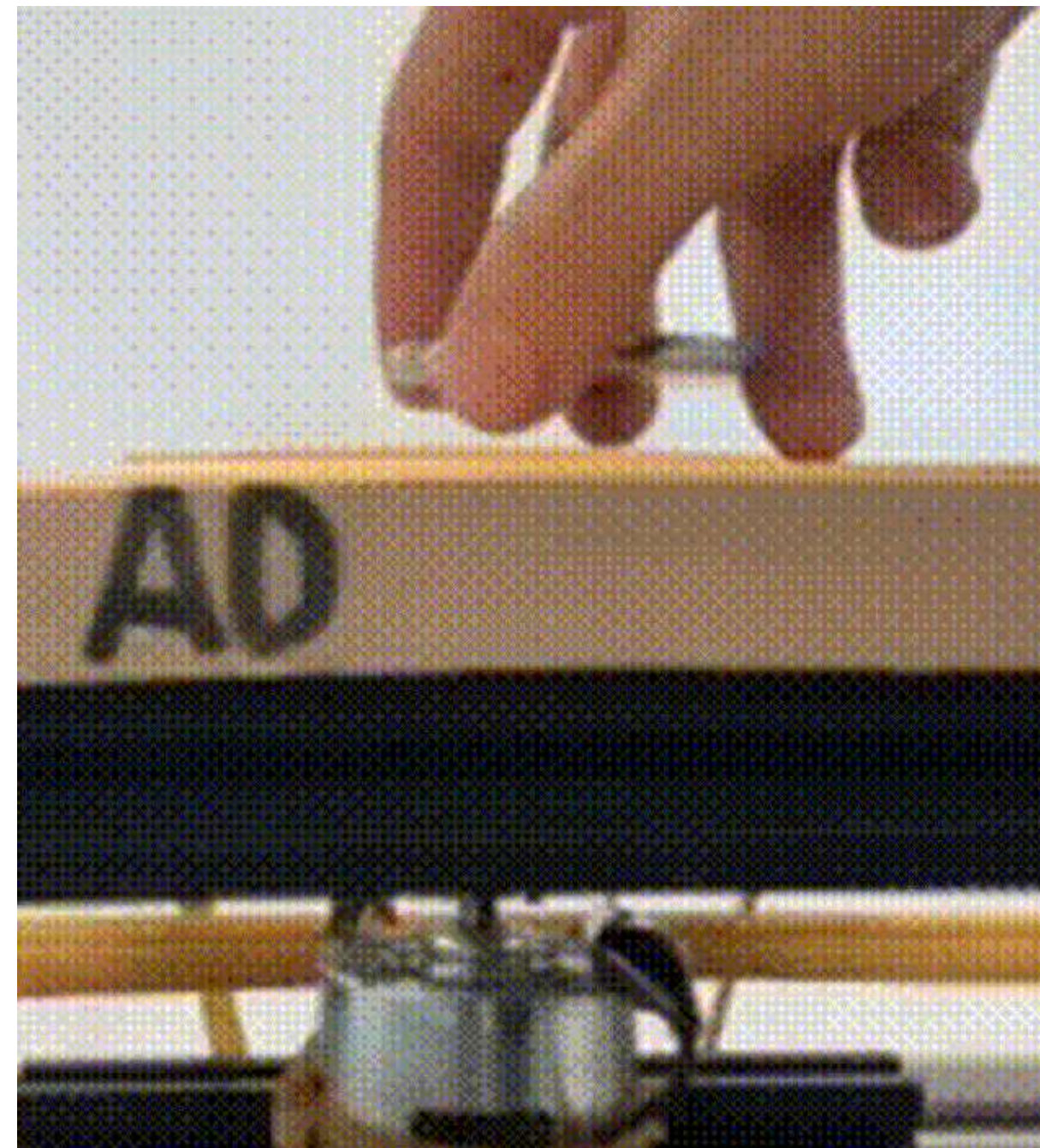
Part 2

阻尼效应初探



有阻尼

磁铁在铜板上方**可以**悬浮



无阻尼

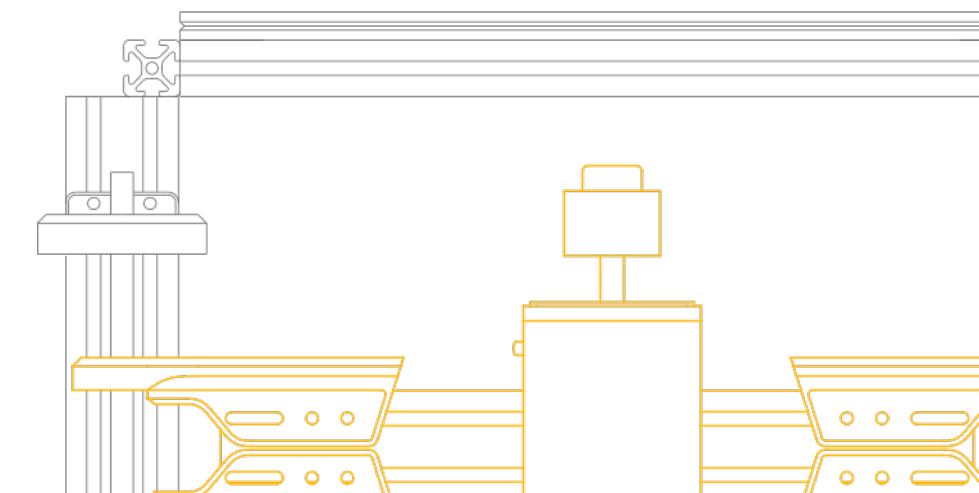
磁铁在木板上方**无法**悬浮



有阻尼

磁铁在粘稠液体中**可以**悬浮

铜板涡流提供的**阻尼**在**稳定悬浮**中起重要作用。



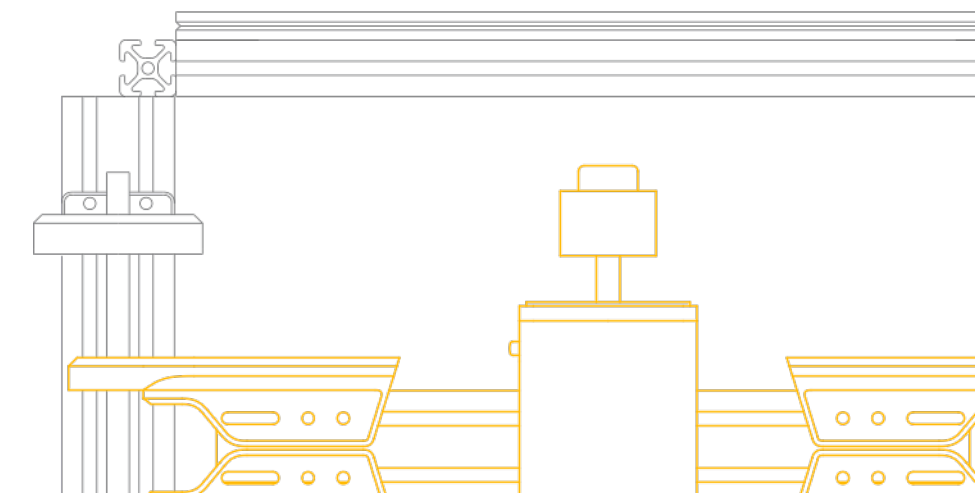
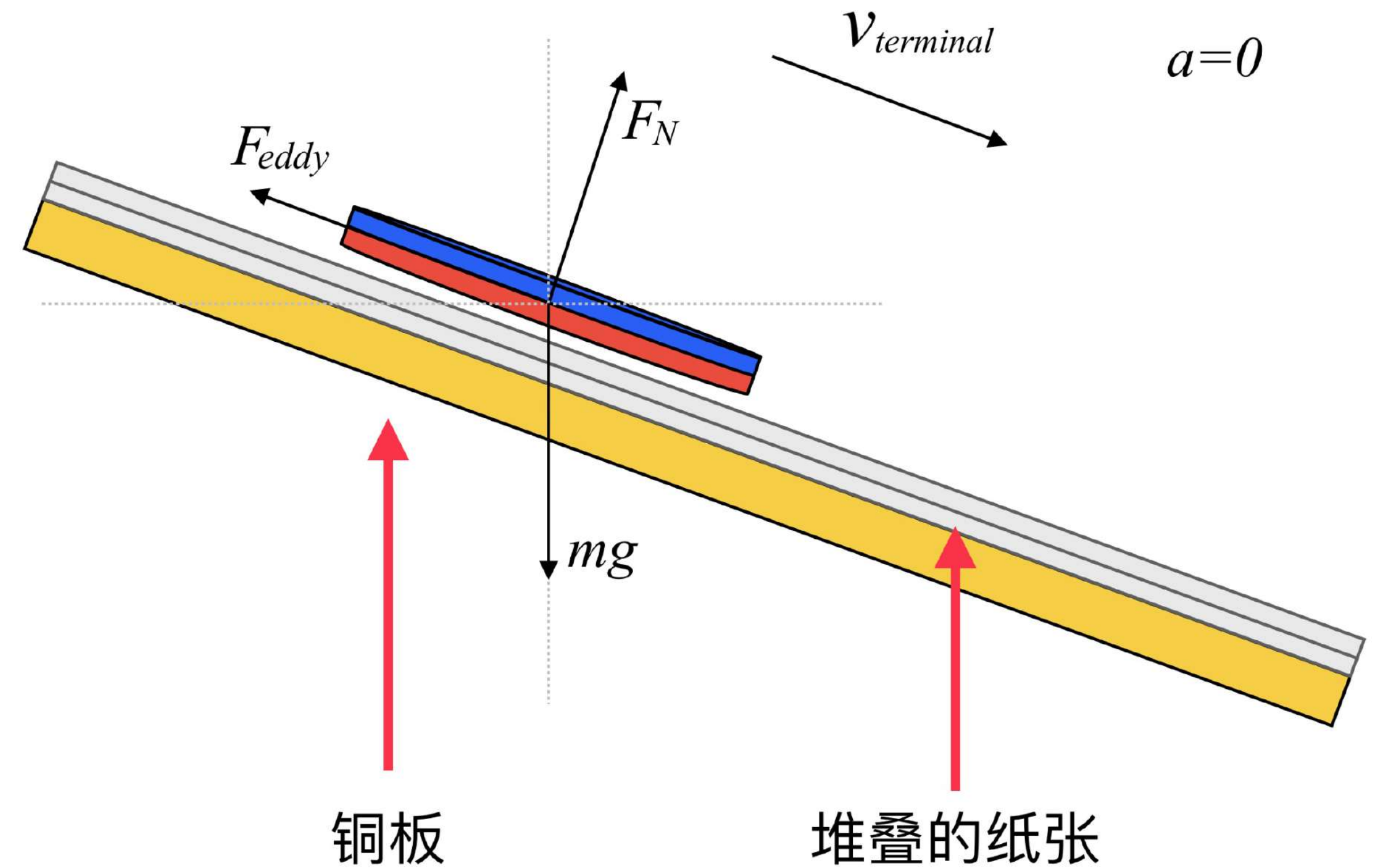
实验设计 涡流效应分析（平动水平方向）

Part 4.6

实验目标

根据预实验观察，影响铜板阻尼的因素主要为：

1. 相对运动速度
2. 与铜板间距离



实验设计 涡流效应分析（平动水平方向）

Part 4.6

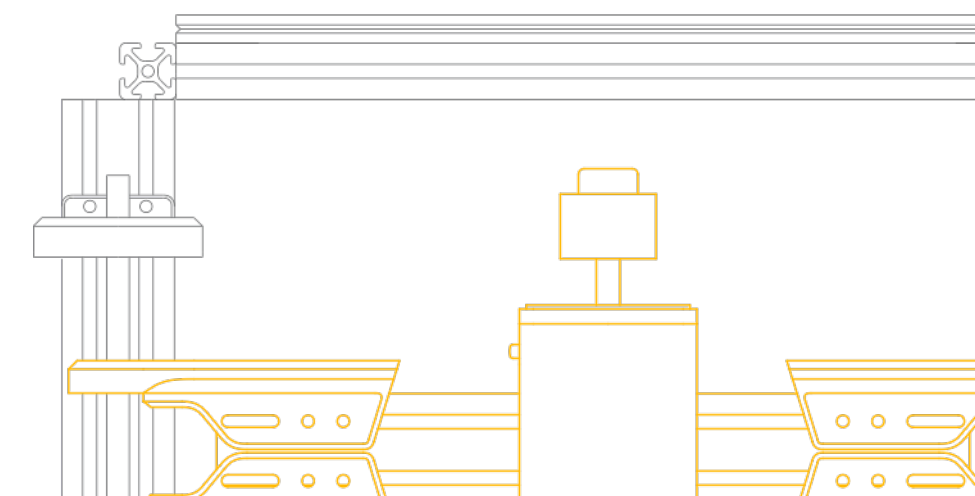
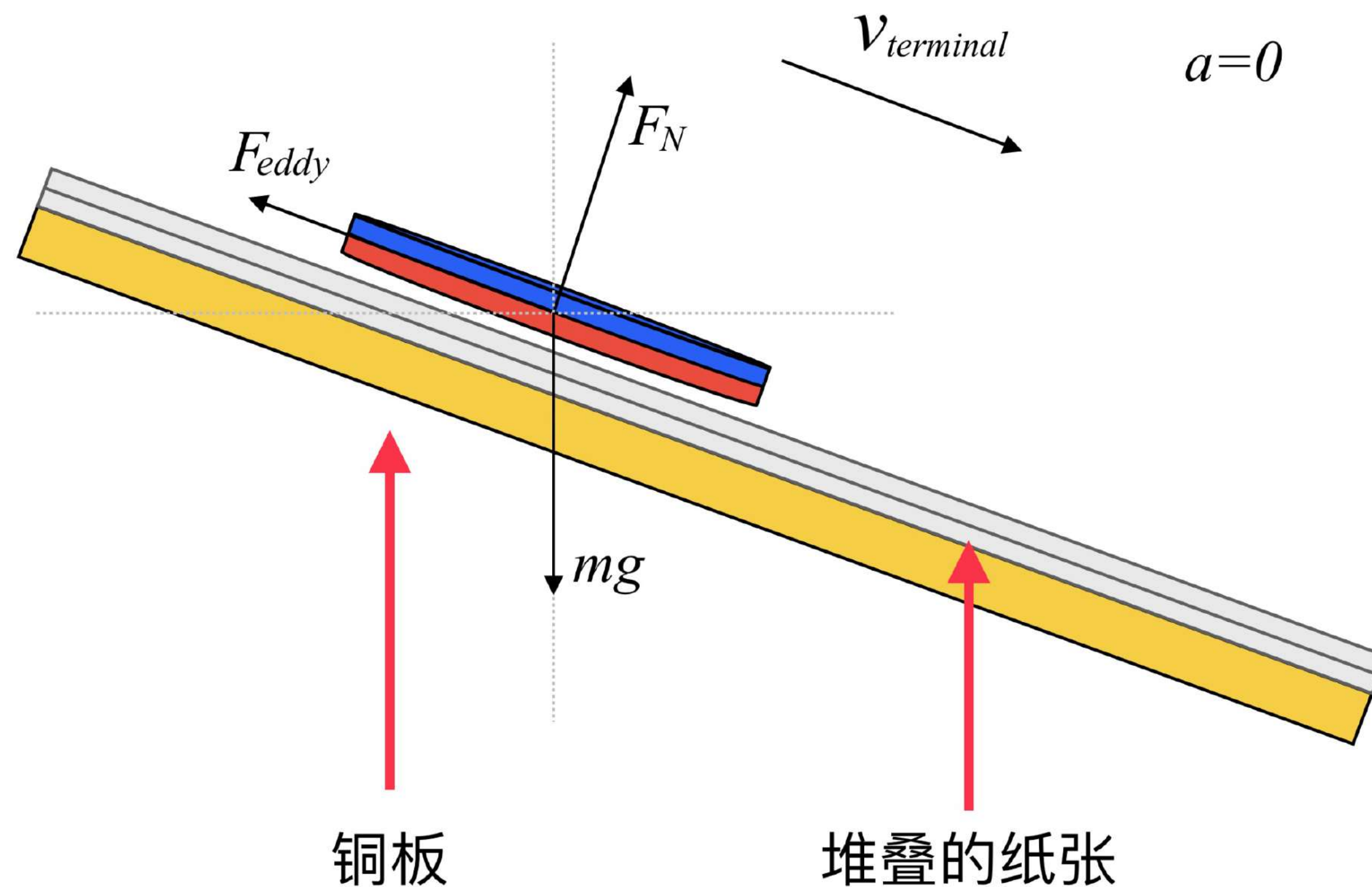
实验原理和方法

在磁铁受力平衡时，达到终端速度

1. 相对运动速度 → 改变铜板倾角
2. 与铜板间距离 → 堆叠纸张

通过受力分析确定铜板阻尼力

经验证，该情境下摩擦力远小于涡流阻尼力，因此可忽略不计



实验分析 涡流效应分析（平动水平方向）

Part 4.6

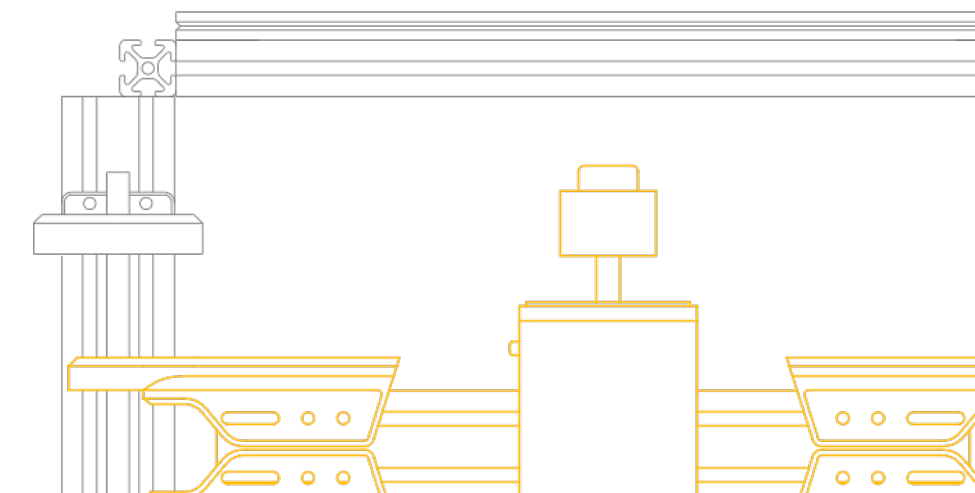
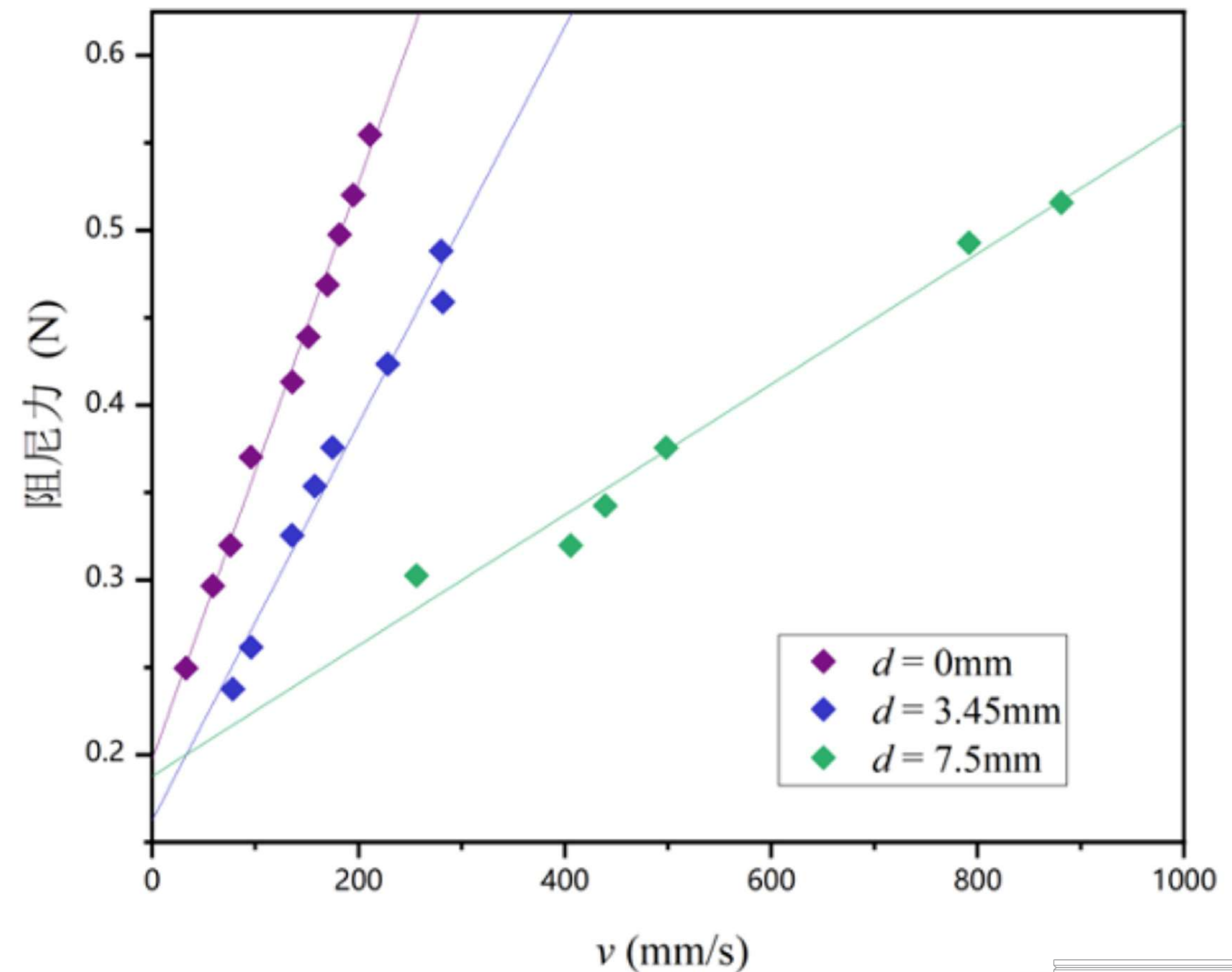
实验结论

- 阻尼力与速度成正比例。
- 阻尼力随磁铁至铜板距离增大而衰减。

$$f = \alpha v$$

阻尼力系数量级在 $10^{-5} N \cdot s/mm \sim 10^{-4} N \cdot s/mm$

该结论有效地为数值模拟计算提供了实验基础。

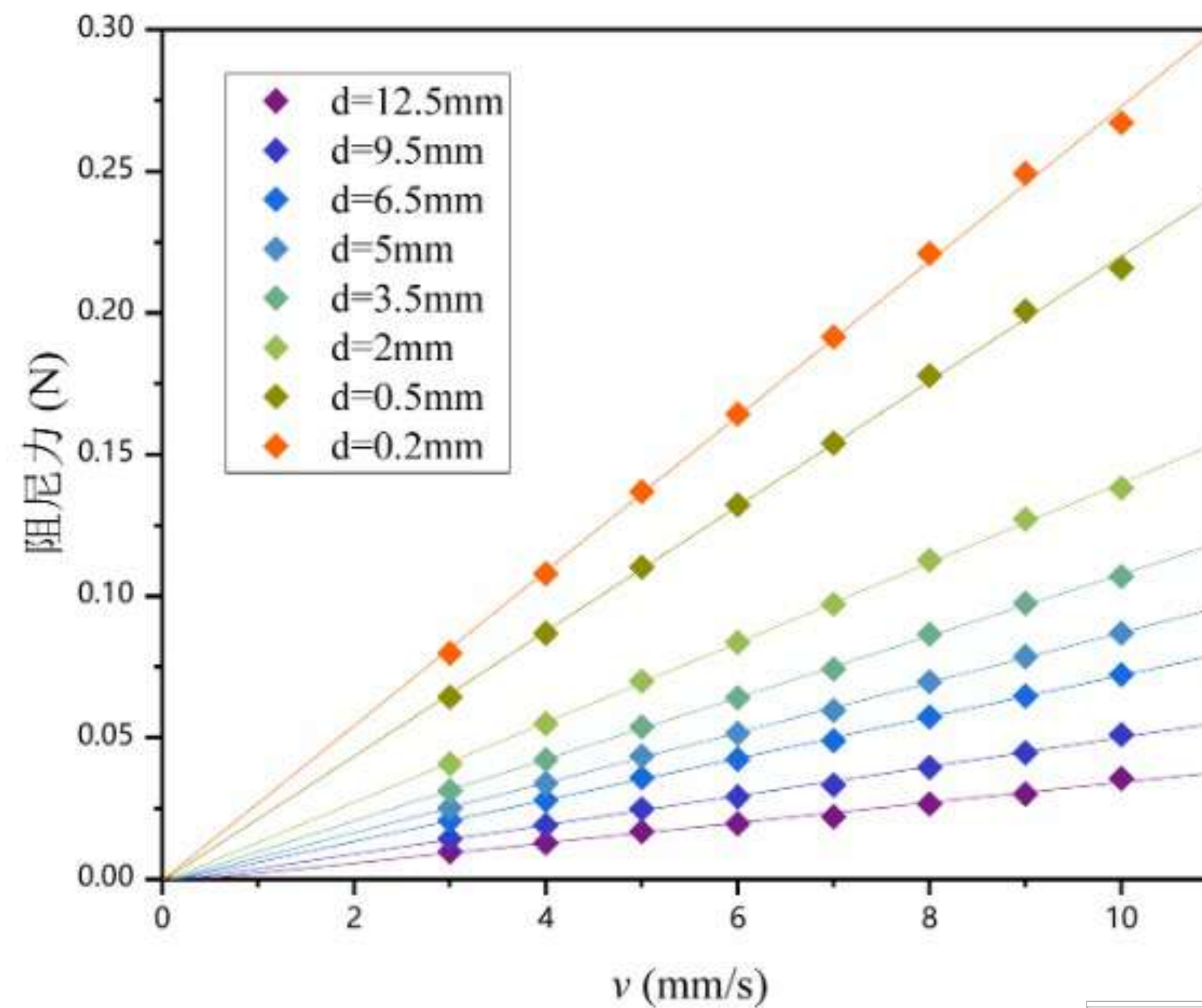


实验分析 涡流效应分析（平动竖直方向）

Part 4.6

Comsol 模拟竖直方向运动

- 阻尼力与速度成正比例。
- 阻尼力随磁铁至铜板距离增大而衰减。



1. 精确地测量了磁铁磁矩。
2. 证实了理论建模中 $z-\omega$ 的表达式。
3. 证实了理论建模中 $\theta-\omega$ 的表达式。
4. 验证了拉格朗日方程轨迹模拟的准确性。
5. 验证了阻尼力与相对运动速度成正比。

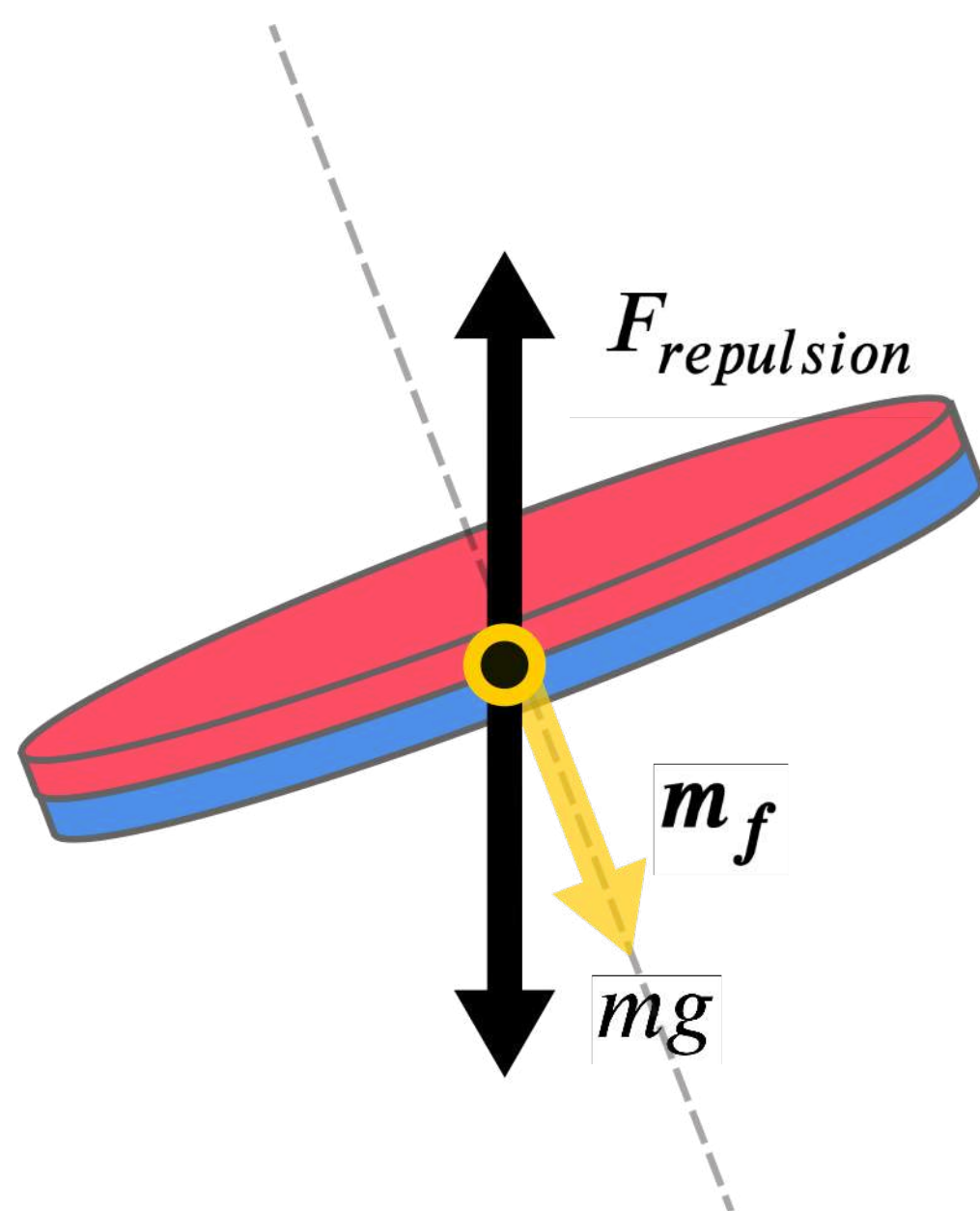
结论

Part 5

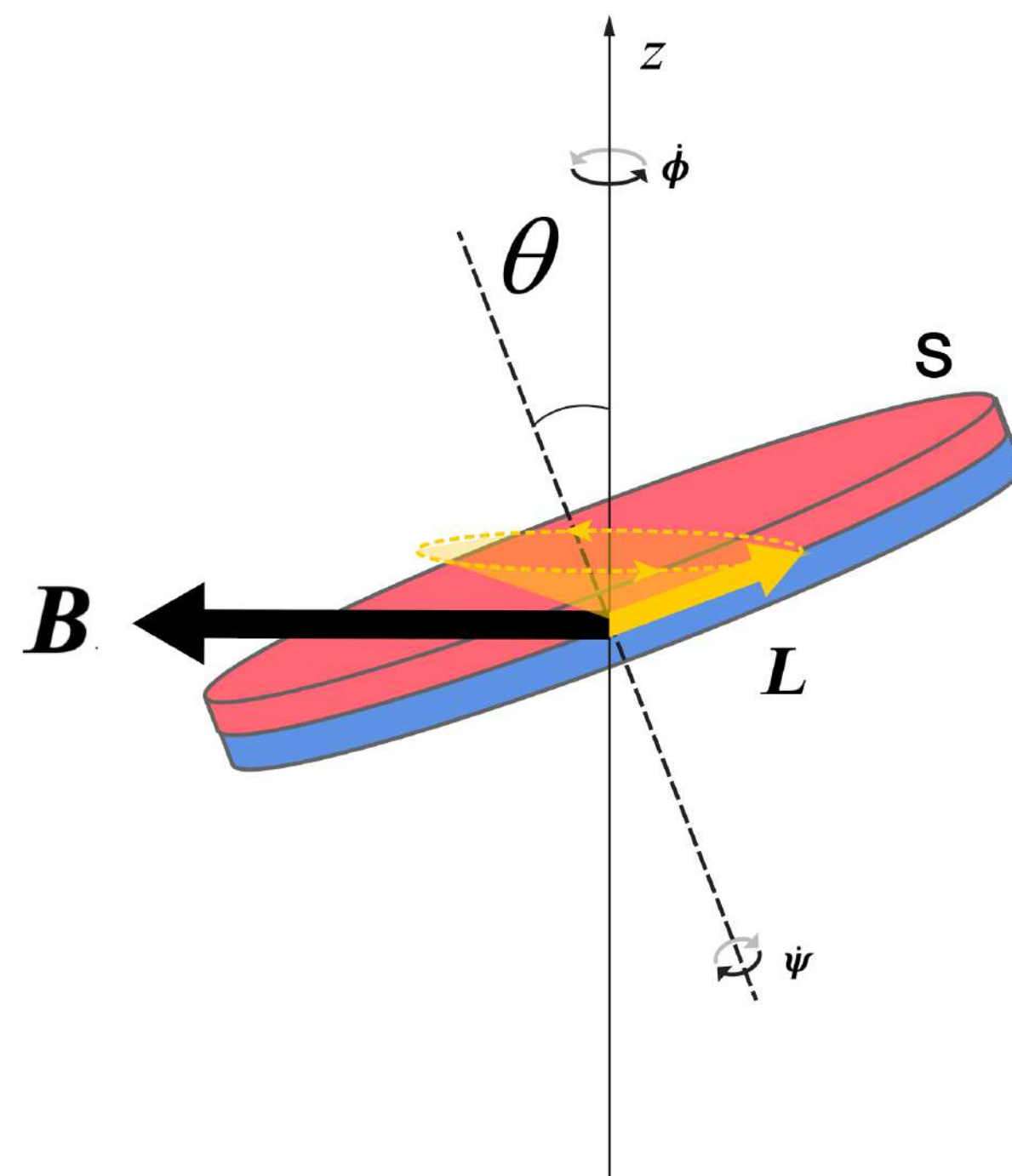


结论 非传统磁悬浮现象的根本原因和物理本质

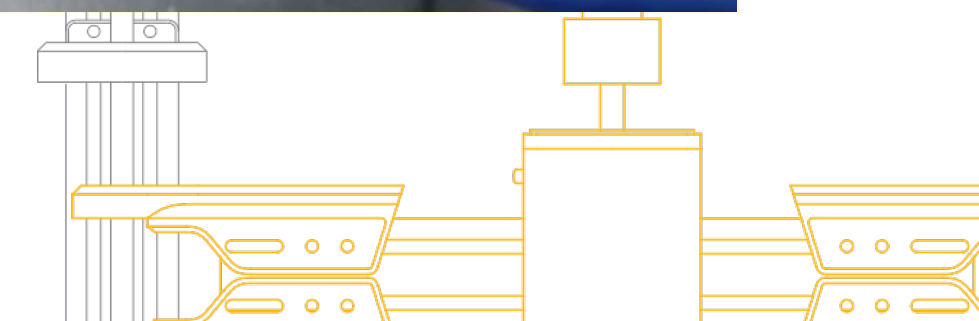
平动上磁斥力
与重力二力平衡



转动上磁力矩
使转子进动而不倾倒



铜板涡流产生的
阻尼力稳定悬浮



课题总结

通过旋转实现了非传统磁悬浮

分析了磁悬浮得以实现的
根本原因和物理本质

通过创新的实验设备提高了实验精确性

定性半定量分析了磁悬浮的稳定性

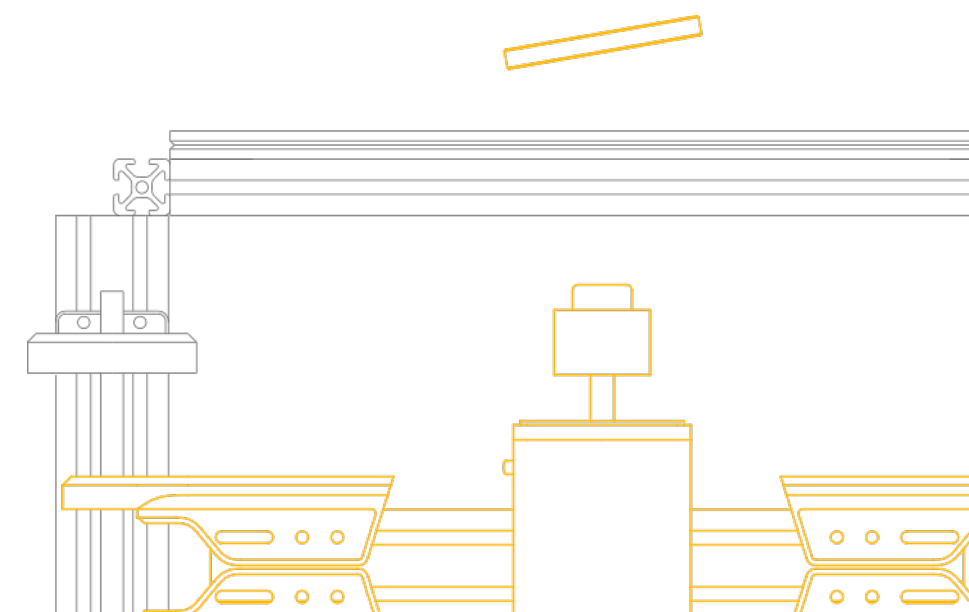
通过半定量分析描述了悬浮特征

通过创新性的实验方法得到了有效的数据

通过拉氏方程系统模拟了完整运动

收获与展望

在本课题研究中，我们探索了磁悬浮的另一种可能性，通过理论和实验的统一，尝试论证和解释了其背后的深层物理含义，并期望能对磁悬浮技术的应用发展贡献微薄力量。

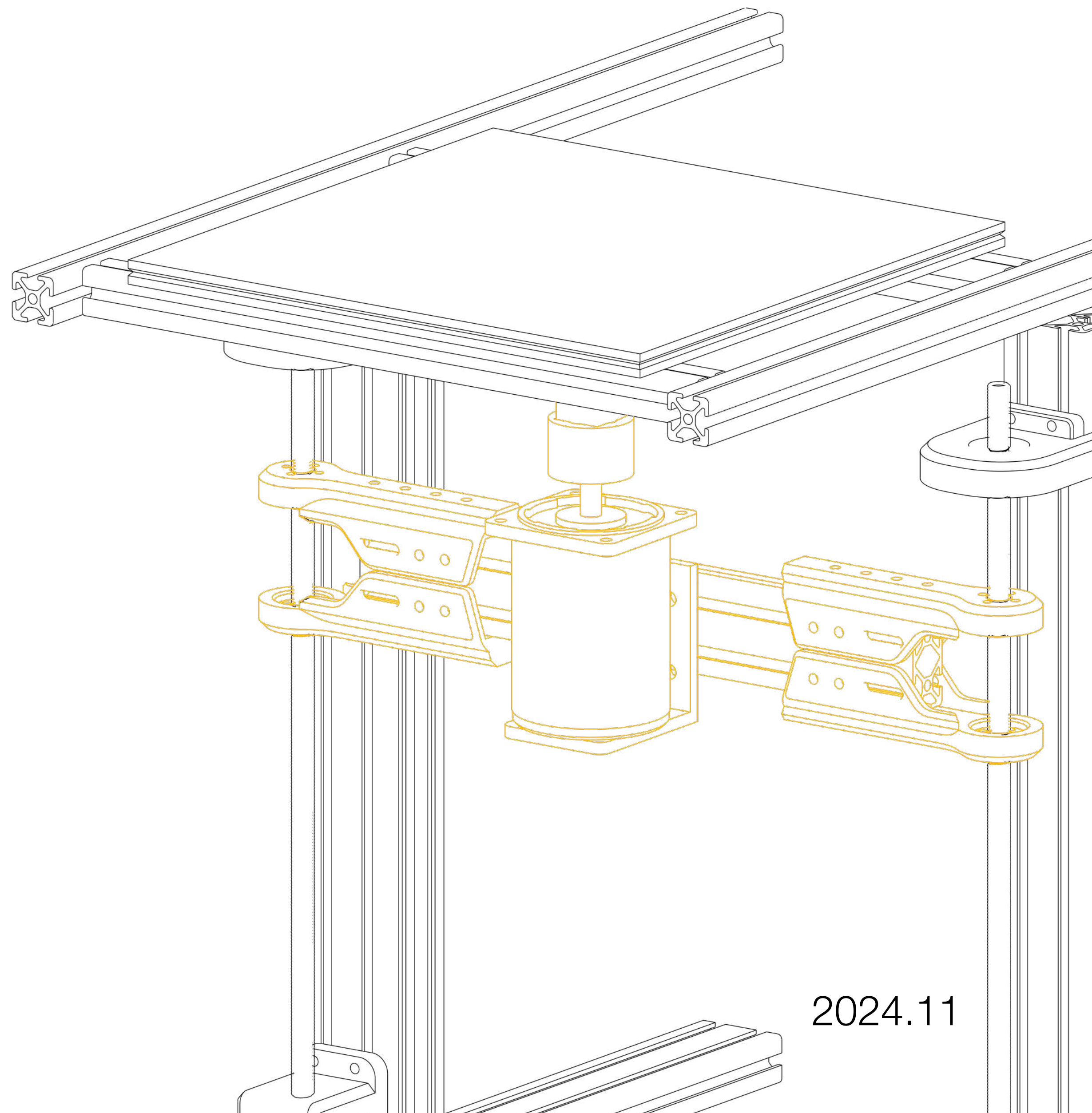


谢谢

Dynamics and Stability of
Nontrivial Inter-Magnetic Levitation

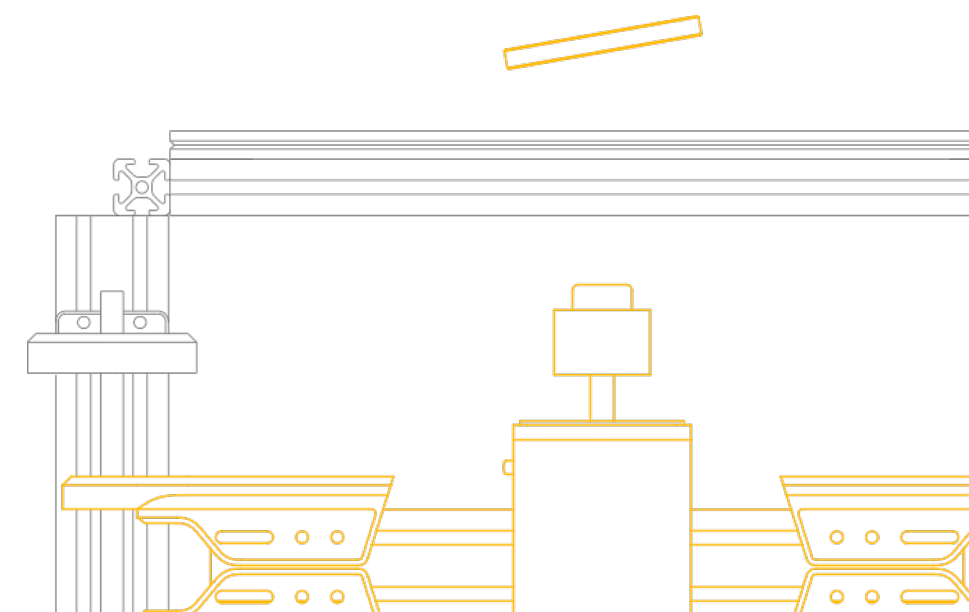
非传统磁悬浮 动力学及稳定性研究

2024.11



参考文献

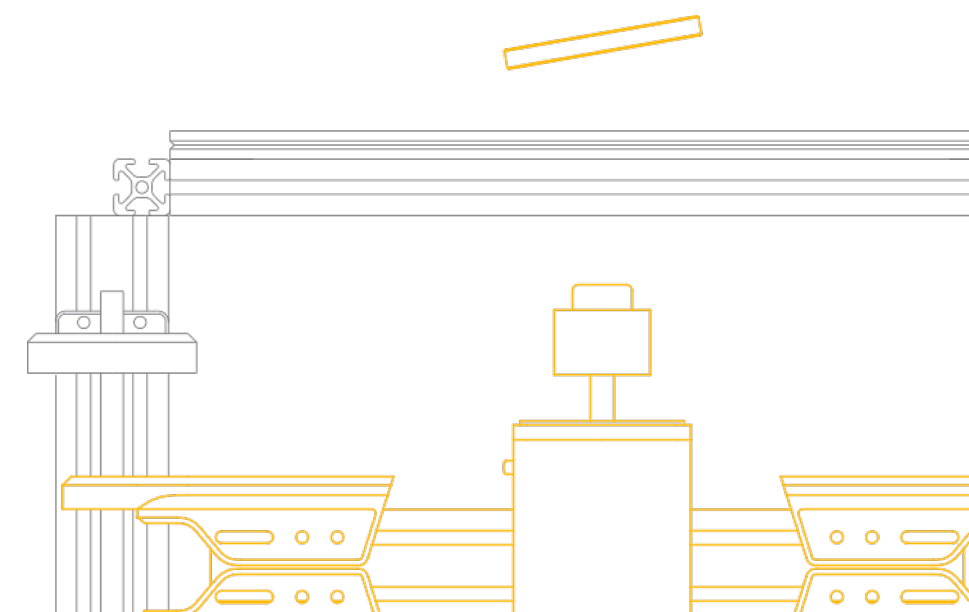
- [1] HERMANSEN J M, DURHUUS F L, FRANDSEN C, et al. Magnetic levitation by rotation[J]. Physical Review Applied, 2023, 20(4):044036.
- [2] UCARH. Polarity free magnetic repulsion and magnetic bound state[J]. Symmetry, 2021, 13(3):442.
- [3] UCARH. A note on the stability of the angular motion of a free body with a magnetic moment exposed to a rotating magnetic field[J]. 2023.
- [4] MORIN D. Introduction to classical mechanics: with problems and solutions[M]. [S.l.]:Cambridge University Press, 2008.
- [5] TAYLOR J R, TAYLOR J R. Classical mechanics: volume 1[M]. [S.l.]: Springer, 2005.
- [6] 朗道. 栗弗席兹[J]. 力学, 1959:167-171.



附录

磁悬浮稳定性结论

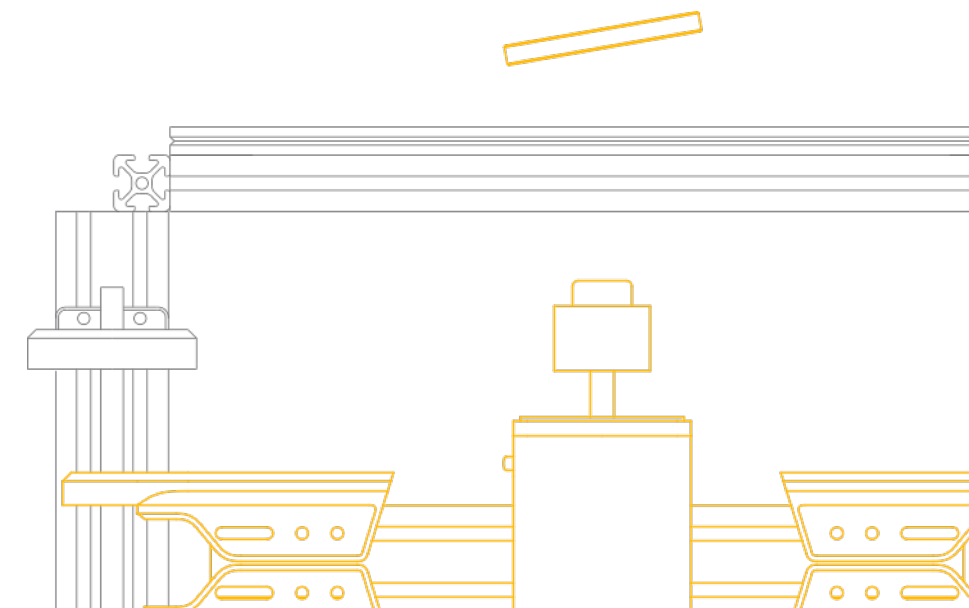
1. 在一定转速范围内，浮子存在一个稳定的悬浮高度，该稳定悬浮高度随转子转速的增大而下降。
2. 在一定转速范围内，浮子存在一个稳定的章动角度。



附录

涡流阻尼结论

1. 平动上，在磁铁与铜板的距离一定时，铜板的阻尼力大小与磁铁和铜板相对运动速度成正比；在磁铁和铜板相对运动速度一定时，随着磁铁与铜板的距离增大，铜板的阻尼力减小。
2. 转动上，铜板的阻尼力大小随磁铁和铜板相对旋转运动速度增加而增大。



附录 A 角动量分析

Appendix A

- 将进动速度沿磁铁径向和轴向分解并分别计算角动量，并考虑自旋对于轴向角动量的贡献。

$$L_r = L_{r\dot{\phi}} = I_r \dot{\phi} \sin \theta$$

$$L_a = L_{a\dot{\phi}} + L_{\dot{\psi}} = I_a \dot{\phi} \cos \theta + I_a \dot{\psi}$$

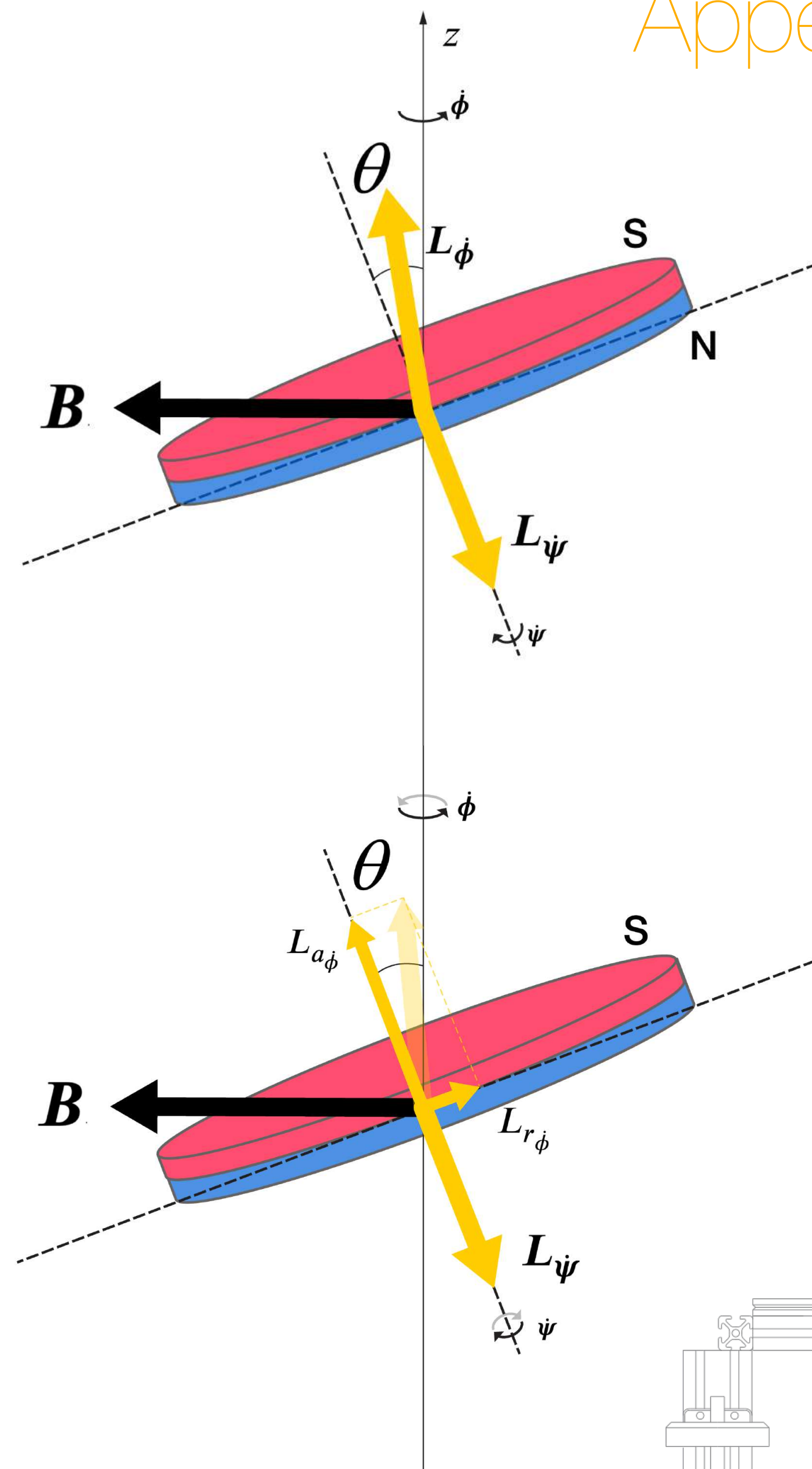
- 根据拉格朗日方程有

$$\dot{\phi} \cos \theta + \dot{\psi} = 0$$

$$L = I_r \dot{\phi} \sin \theta$$

- 浮子力矩即可表示为

$$|\tau| = |\dot{\phi} \times L| = I_r \omega_r^2 \sin \theta \cos \theta$$

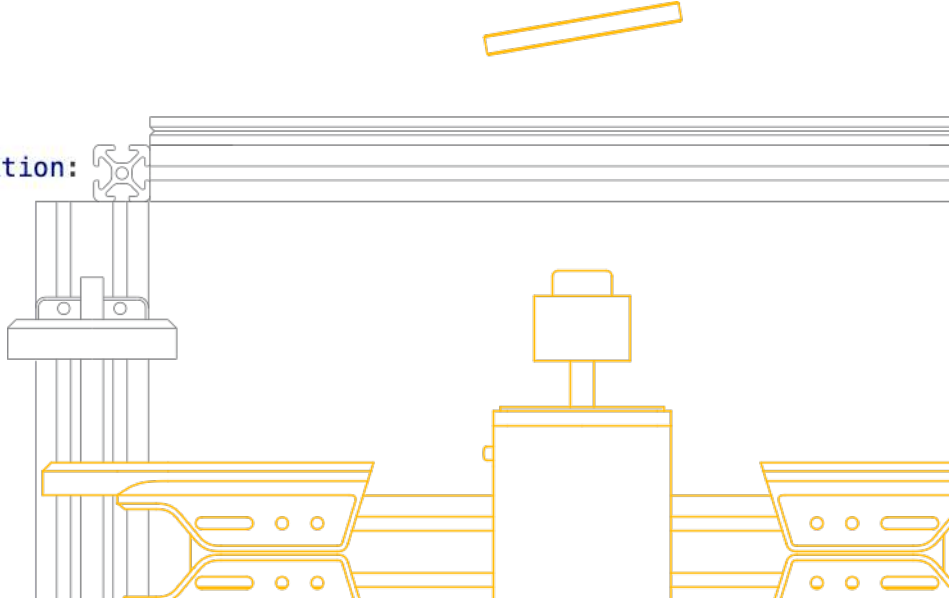


Odrive 程序设计

- 通过Python编程（Odrive Library）
- 设置电机参数，PID控制参数
- 设置目标转速和实验时间
- 程序实时返回角速度角位移
- 程序运行结束生成图形化报告（Matplotlib）

代码快照

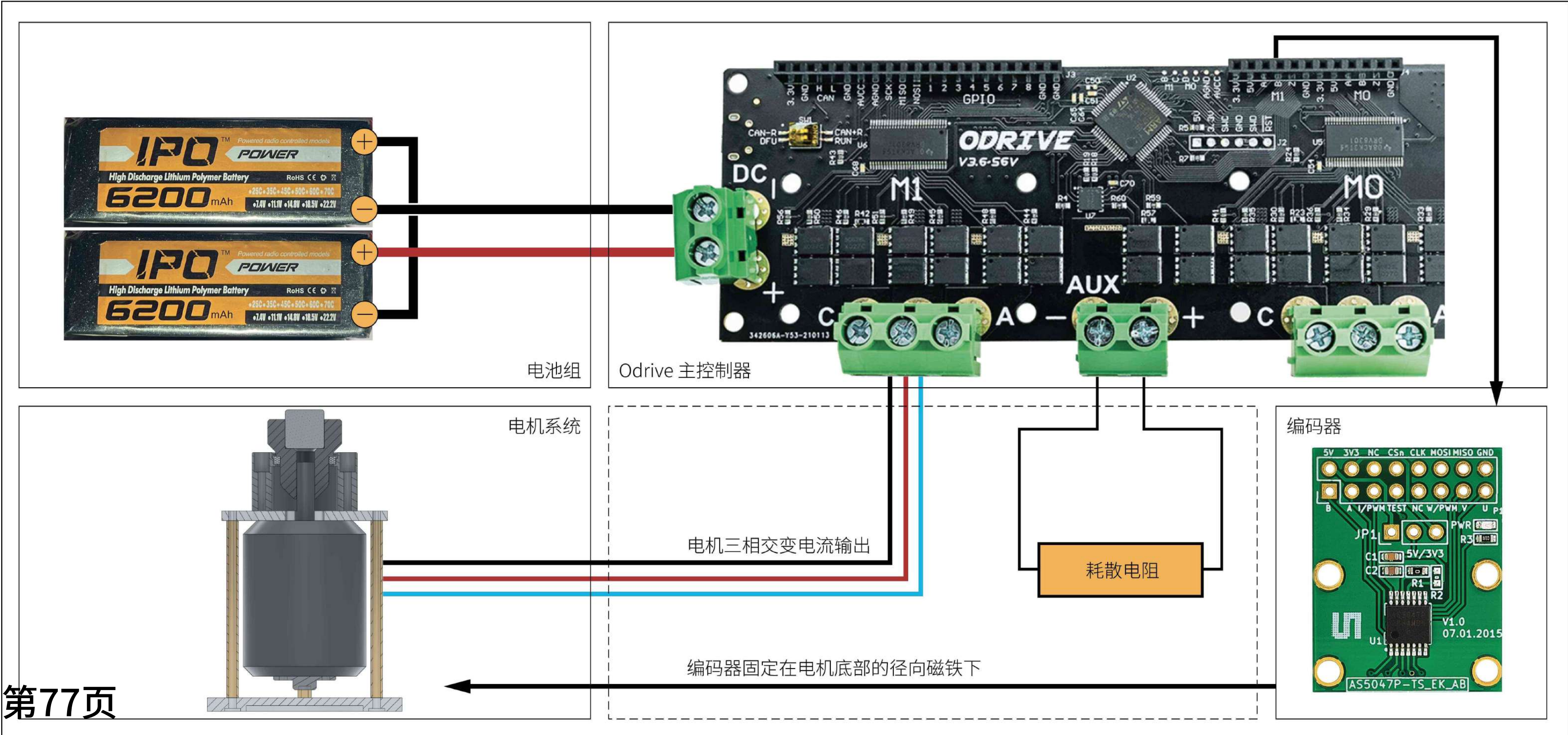
```
63 motorCalibrate = input("Do you wish to calibrate the motor? (Y/N)")
64 if motorCalibrate == "Y" :
65     # Ensure the motor is calibrated
66     print("The motor is being calibrated")
67     odrv0.axis1.requested_state = AXIS_STATE_FULL_CALIBRATION_SEQUENCE
68     while odrv0.axis1.current_state != AXIS_STATE_IDLE:
69         time.sleep(0.1)
70
71     # Set to closed loop control (Initialization)
72     odrv0.axis1.requested_state = AXIS_STATE_CLOSED_LOOP_CONTROL
73
74     # User inputs for velocity limit and target position
75     velocity_limit = input_float("Enter the velocity (rev/s): ")
76     target_position = input_int("Enter the target position (rev): ")
77
78     odrv0.axis1.controller.config.vel_limit = velocity_limit
79     odrv0.axis1.controller.input_pos = target_position + 20
80     time.sleep(0.25)
81     # Collect data
82     print("Data is being collected")
83     velocity_data = []
84     position_data = []
85     torque_data = []
86     current_data = []
87     time_data = []
88     start_time = time.time()
89
90     try:
91         while True:
92             current_time = time.time() - start_time
93             current_position = odrv0.axis1.encoder.pos_estimate
94             velocity = odrv0.axis1.encoder.vel_estimate
95
96             Iq_measured = odrv0.axis1.motor.current_control.Iq_measured
97             torque = 8.27 * Iq_measured / 120
98
99             print(f"Time: {current_time:.2f} s, Pos: {current_position:.0f}, Spd:
100
101             position_data.append(current_position)
102             velocity_data.append(velocity)
103             torque_data.append(torque)
104             current_data.append(Iq_measured)
105
106             time_data.append(current_time)
107
108             if current_position >= target_position:
109                 break
110
111             time.sleep(0.005) #Resolution
112
```



附录 C 实验设计 无刷FOC闭环测控系统

Part 4.2

Odrive 硬件设置



幂次关系验证

理论值

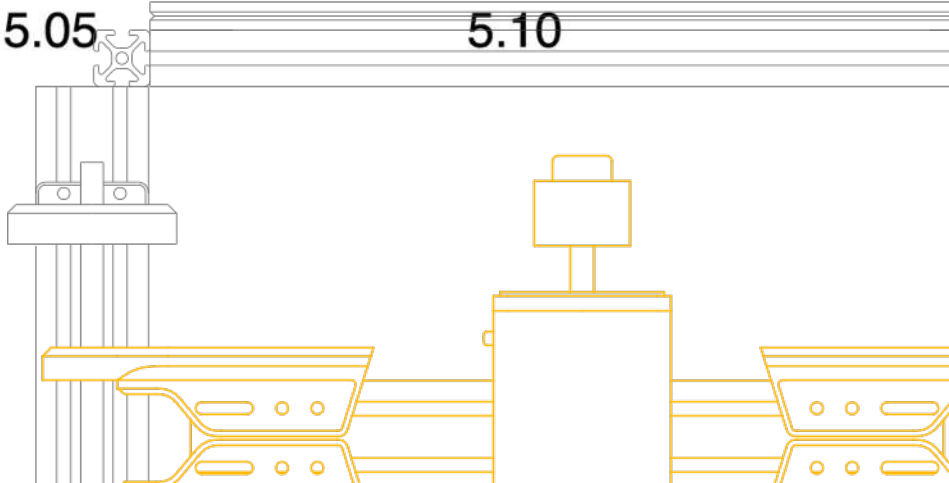
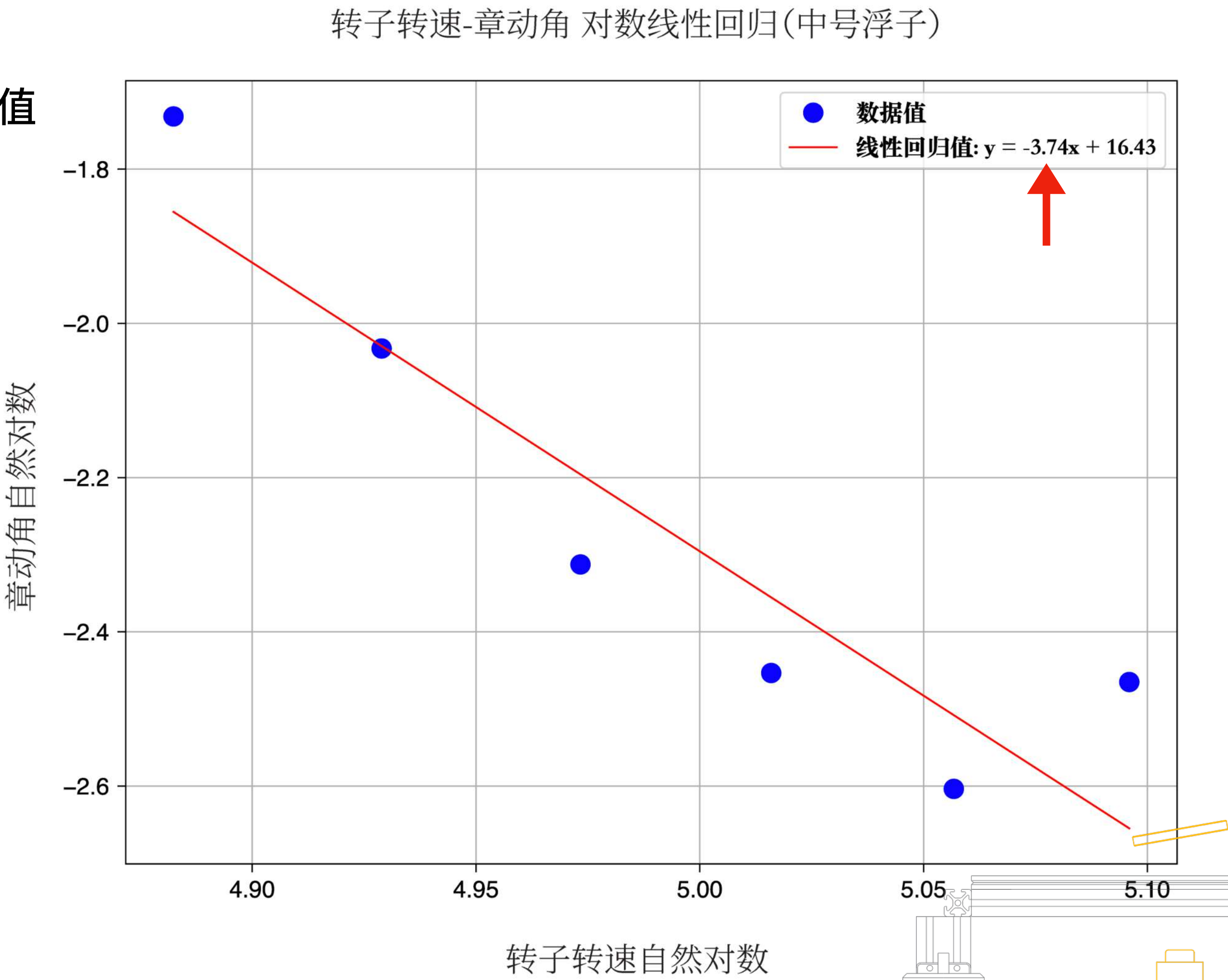
$$\sin \theta = \left[\frac{M m^2 g^2}{27 I_r^4 \omega_r^8} \right]^{\frac{1}{7}}$$

理论为 -1.143 次幂，拟合值为 -3.74 次幂

中号浮子与理论模型有一定出入，推测由于其受理论模型中未考虑的涡流阻尼影响较大。

阻尼增加了悬浮稳定性，使得 θ 以更快的速度减小以趋稳定。

实验值



幂次关系验证

理论值

$$z = \left[\frac{3M^2}{mgI_r\omega_r^2} \right]^{\frac{1}{7}}$$

理论为 -0.285 次幂，拟合值为-0.67 次幂

中号浮子与理论模型有一定出入，推测由于其受理论模型中未考虑的涡流阻尼影响较大

实验值

